

УДК 519.865.3
JEL: D40; D58
DOI: <https://doi.org/10.32983/2222-4459-2025-1-146-152>

УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ ФОРМУВАННЯ РІВНОВАЖНОЇ ЦІНИ В МОДЕЛІ ЕВАНСА

©2025 ДІЛЕНКО В. О., НАУМЕНКО П. О.

УДК 519.865.3
JEL: D40; D58

Діленко В. О., Науменко П. О. Управління процесом формування рівноважної ціни в моделі Еванса

У статті запропоновано оригінальний економіко-математичний підхід до аналізу процесів формування рівноважної ціни в моделі Еванса, головною особливістю якого полягає в тому, що основні учасники ринкової взаємодії (споживач, виробник та аукціоніст) не є нейтральними елементами, а розглядаються як активні економічні агенти, які намагаються реалізувати власні цілі та завдання в процесі формування рівноважної ціни. Зміст цих цілей і завдань визначається економічними інтересами та можливостями діючих елементів моделі, які забезпечуються тими економічними інструментами, що є в їхньому розпорядженні: функціями попиту, пропозиції, аукціоніста та поточної ціни. Відповідно, для кожного із зазначених агентів визначено потенційний діапазон їхніх дій. Окремий споживач не може впливати на процеси формування рівноважної ціни, і тому зміст його задач обмежується спостереженням та аналізом ситуації на ринку. Виробник в умовах монополії має можливість змінювати вид функції пропозиції або її параметри, а отже, він може у своїх інтересах змінювати швидкість сходження ціни до рівноважного значення (відповідного наближення) та/або само це значення. Аукціоніст є головною дійовою особою в процесі формування ринкової ціни, призначення якого полягає саме в забезпеченні встановлення економічної рівноваги. З цією метою він може використовувати різні види функцій аукціоніста, змінювати значення їхніх параметрів і в такий спосіб впливати на рівноважну ціну та час наближення до неї як у своїх інтересах, так і в інтересах інших економічних суб'єктів. Можливості реалізації цього підходу продемонстровано на відповідних числових прикладах. Розвиток наведених досліджень може здійснюватися у двох перспективних напрямках. У теоретичному плані становить інтерес побудова й аналіз оптимізаційних економіко-математичних моделей організації процесів раціонального ціноутворення. З іншого боку, можливості запропонованого підходу можуть бути розглянуті для розв'язання прикладних задач аналізу й управління процесами формування ціни в інтересах реальних учасників ринку.

Ключові слова: модель Еванса, рівноважна ціна, економічні агенти, формування ціни, задачі аналізу та управління, числові приклади.

Рис.: 7. **Формул.:** 9. **Бібл.:** 9.

Діленко Віктор Олександрович – доктор економічних наук, доцент, професор кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, Національний університет «Одеська політехніка» (просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна)

E-mail: v.dilenko@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3777-5358>

Науменко Павло Олександрович – магістрант, кафедр прикладної математики та інформаційних технологій, Національний університет «Одеська політехніка» (просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна)

E-mail: energystar.gigabayt@gmail.com

UDC 519.865.3
JEL: D40; D58

Dilenko V. O., Naumenko P. O. The Management of the Process of Equilibrium Price Formation in the Evans Model

The article proposes an original economic-mathematical approach to analyzing the processes of equilibrium price formation in the Evans model, the main feature of which is that the key participants in market interaction (consumer, producer, and auctioneer) are not neutral elements but are considered active economic agents who seek to achieve their own goals and objectives in the process of equilibrium price formation. The content of these goals and objectives is determined by the economic interests and capabilities of the active elements of the model, which are provided by the economic instruments available to them: demand and supply functions, the auctioneer, and the current price. Accordingly, for each of the mentioned agents, a potential range of their actions is defined. An individual consumer cannot influence the processes of equilibrium price formation, and therefore the content of their tasks is limited to observing and analyzing the market situation. The producer in a monopoly has the ability to change the type of supply function or its parameters, and thus, he can alter the speed at which the price converges to the equilibrium value (corresponding approximation) and/or the value itself in his own interests. The auctioneer is the main actor in the process of forming the market price, whose role is to ensure the establishment of economic equilibrium. To this end, he can utilize various types of auctioneer functions, modify the values of their parameters, and thereby influence the equilibrium price and the time it takes to approach it, both in his own interests and in the interests of other economic entities. The possibilities of implementing this approach are demonstrated through relevant numerical examples. The development of the aforementioned research can be carried out in two promising directions. In theoretical terms, the construction and analysis of optimization economic-mathematical models for organizing the processes of rational pricing is of interest. On the other hand, the possibilities of the proposed approach can be considered for solving applied problems of analysis and management of the processes of price formation in the interests of real market participants.

Keywords: Evans model, equilibrium price, economic agents, price formation, analysis and management problems, numerical examples.

Fig.: 7. **Formulae:** 9. **Bibl.:** 9.

Dilenko Viktor O. – D. Sc. (Economics), Associate Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies, Odesa Polytechnic National University (1 Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine)

E-mail: v.dilenko@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3777-5358>

Naumenko Pavlo O. – Master's Student, Department of Applied Mathematics and Information Technologies, Odesa Polytechnic National University (1 Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine)

E-mail: energystar.gigabayt@gmail.com

Економічна рівновага і, зокрема, встановлення рівноважної ціни є одним із фундаментальних напрямів економіко-математичних досліджень. Водночас у зв'язку з розвитком логістичного підходу в аналізі товарних ринків почав проявлятися інтерес до дослідження можливостей управління величиною рівноважної ціни, часом сходження до її заданого наближення шляхом введення в процеси формування ринкової ціни відповідних логістичних механізмів (складська, розподільча логістика, інтегрована логістична концепція «7R») [1].

Треба зазначити, що системно питання управління рівноважною ціною в інтересах логістики не досліджувалось, але деякі його аспекти аналізувалися в [2] на основі моделі Еванса. Математична простота та економічна змістовність даної моделі робить її зручним і популярним інструментом економіко-математичних досліджень як теоретичного, так і прикладного характеру [3–6]. Тому ми й надалі будемо її використовувати при розгляді процесів формування ринкової ціни.

Метою цієї роботи є визначення змісту задач аналізу та управління рівноважною ціною з позицій основних учасників ринку в моделі Еванса та демонстрація підходів до їх розв'язання.

Ринкова ціна p у моделі Еванса [7, с. 244–245] формується під впливом попиту $D(p)$ та пропозиції $S(p)$, які описуються лінійними функціями p :

$$D(p) = a - bp, \quad a > 0, \quad b > 0, \quad (1)$$

$$S(p) = \alpha + \beta p, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0. \quad (2)$$

Коригування ціни на ринку в моделі визначається співвідношенням

$$\Delta p = \gamma(D(p) - S(p))\Delta t, \quad \gamma > 0 \quad (3)$$

або

$$\frac{dp}{dt} \gamma(-b + \beta)p + a - \alpha, \quad p(0) = p_0, \quad (4)$$

де p_0 – початкове значення ціни.

Рівноважна ціна p^* згідно з (4) обчислюється за формулою

$$p^* = \frac{a - \alpha}{b + \beta} > 0. \quad (5)$$

Чинними елементами даної моделі є споживач, виробник (продавець) і такий віртуальний економічний агент, як аукціоніст [8, с. 94–95]. У [1] вказується, що в реальній сучасній економіці функції аукціоніста може виконувати деяка логістична компанія (логіст), яка займається реалізацією товару на ринку. Вважатимемо, що економічними інструментами зазначених суб'єктів є відповідно функція попиту $D(p)$, функція пропозиції $S(p)$ та функція аукціоніста $f(D - S)$. Остання визначає правило, згідно з яким аукціоніст за дисбалансом попиту та пропозиції встановлює величину зміни

ціни на ринку. Взаємодія учасників аналізованого економічного процесу (функцій $D(p)$, $S(p)$, $f(D - S)$) формує поточну ціну товару $p(t)$ (рис. 1).

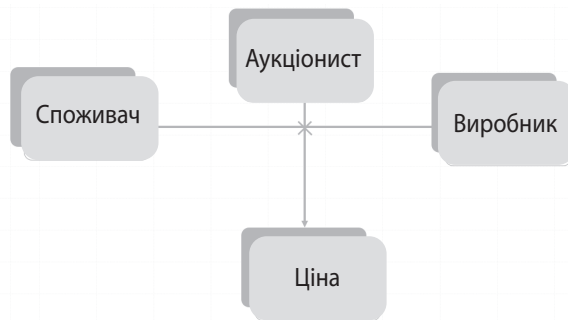


Рис. 1. Взаємодія основних учасників формування рівноважної ціни в моделі Еванса

Джерело: авторська розробка.

З використанням функції аукціоніста диференціальне рівняння (4) матиме вигляд:

$$\frac{dp}{dt} = f(D(p) - S(p)). \quad (6)$$

У моделі Еванса

$$f(D - S) = \gamma(D(p) - S(p)), \quad \gamma > 0. \quad (7)$$

На відміну від класичної моделі рівноважної ціни Еванса будемо вважати, що споживач, виробник та аукціоніст не є нейтральними елементами, а можуть мати власні цілі та завдання, які вони прагнуть реалізувати у процесі формування рівноважної ціни. Зміст цих цілей та завдань визначається економічними інтересами та можливостями чинних елементів моделі. Своєю чергою, їх можливості забезпечуються тими економічними інструментами, які вони мають. Розглянемо зазначені інструменти та завдання для споживача, виробника та аукціоніста.

Споживач. Окремий споживач не може впливати на процеси формування рівноважної ціни та, відповідно, на вид і параметри функцій $D(p)$, $S(p)$, $f(D - S)$. Тому зміст його завдань обмежується спостереженням та аналізом ситуації на ринку, тобто аналізом динаміки ціни товару, що визначається функцією $p(t)$. Такими завданнями, що забезпечують раціональне споживання, можуть бути:

- ✦ визначення часу, протягом якого ціна прийме деяке фіксоване (прийнятне для споживача) значення;
- ✦ визначення ціни, яку матиме необхідний товар через певний фіксований період часу.

Розглянемо приклад. За даними щодо стану ринку відеокарт Nvidia 30-го покоління [9] були побудовані відповідні функції попиту

$D(p) = -0,000006p^2 - 0,003p + 15,065$ та пропозиції $S(p) = -0,000003p^2 + 0,013p - 1,326$. Підставивши ці функції до рівняння (6) моделі Еванса з $f(D - S)$ у вигляді (7), отримуємо динаміку ціни зазначених відеокарт, що визначається розв'язком даного рівняння. Розрахунковим рівноважним значенням ціни при цьому є $p^* = 880,5$ грош. од. Ця величина в даному випадку (початкова ціна у прикладі $p_0 = 1500$ грош. од. більше рівноважної) вказує граничне мінімально можливе значення ціни відеокарт на ринку в перспективі.

Якщо споживач як прийнятну ціну відеокарти вважає величину $p_0 = 1200$ грош. од., то використовуючи чисельне рішення рівняння (6), він може визначити, що час очікування, протягом якого ціна прийме це значення, становитиме приблизно $t_{оч} = 90,0$ часових одиниць (рис. 2).

У разі зворотної задачі споживач визначає ціну, яку матимуть відео карти через, наприклад, 100 одиниць часу. Згідно з графіком, наведеним на рис. 3, ціна відеокарти через зазначений інтервал часу матиме значення $p_{оч} \approx 1190$ грош. од.

Розглянуті задачі з фіксованими $D(p)$, $S(p)$ та $f(D - S)$ можуть бути розв'язані й аналітично. Наприклад, якщо функції попиту, пропозиції та аукціоніста мають відповідно вигляд (1), (2), (7), то динаміка ціни в моделі Еванса визначається співвідношенням

$$p(t) = p_0 e^{-\gamma(b+\beta)t} + \frac{a-\alpha}{b+\beta} (1 - e^{-\gamma(b+\beta)t}). \quad (8)$$

Тоді момент часу \tilde{t} досягнення деякої фіксованої ціни може бути визначений як

$$\tilde{t} = \ln \left(\frac{p_0 - \frac{a-\alpha}{b+\beta}}{\tilde{p} - \frac{a-\alpha}{b+\beta}} \right) \frac{1}{\gamma(b+\beta)}, \quad p_0 > \tilde{p} > p^*. \quad (9)$$

Аналогічні співвідношення можуть бути отримані й для деяких інших видів функцій $D(p)$, $S(p)$ та $f(D - S)$.

Виробник. В ополії виробник може змінювати (за відомих $D(p)$ і $f(D - S)$) вигляд функції пропозиції $S(p)$ або числові значення її параметрів. Шляхом таких маніпуляцій він має можливість у своїх інтересах вирішувати задачі зміни швидкості сходження ціни до рівноважного значення (відповідного наближення) та/або саме значення рівноважної ціни. Сказане демонструють наведені нижче приклади.

На графіках рис. 4 наведено числові приклади (чисельні розв'язки рівняння (6) за відповідних $D(p)$, $f(D - S)$, $S(p)$), які описують динаміку ціни при різних видах функції пропозиції: а) $S(p) = ap + b$, б) $S(p) = ap^2 + bp + c$ та в) $S(p) = ap^b$ при лінійній $D(p)$ та функції аукціоніста у формулі (7). Графіки рис. 5 відображають еволюцію величини ціни

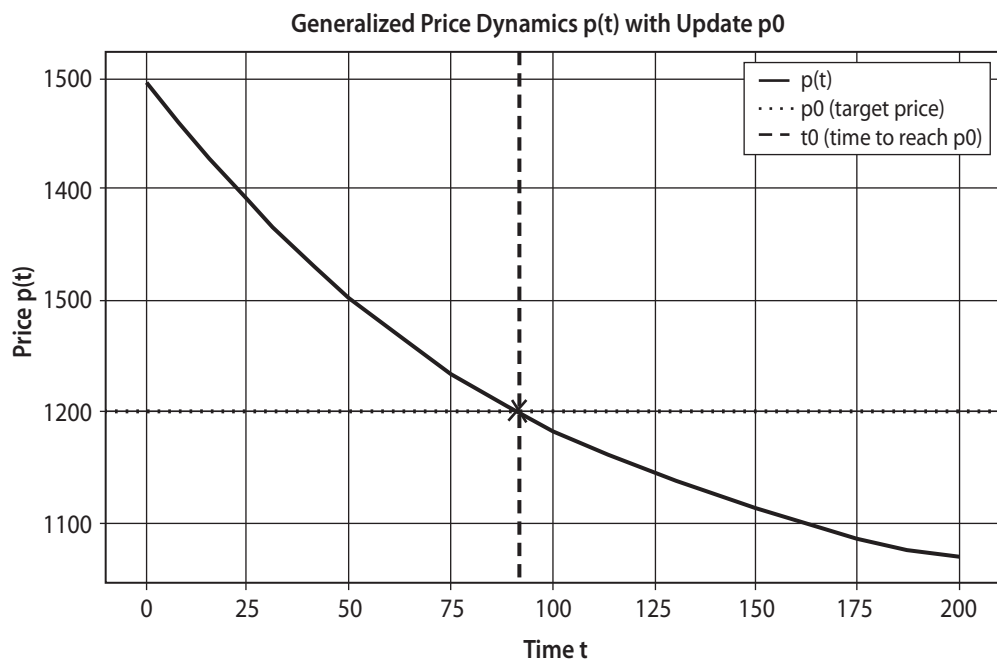


Рис. 2. Визначення часу очікування $t_{оч}$ фіксованої ціни

Джерело: побудовано авторами за даними [9].

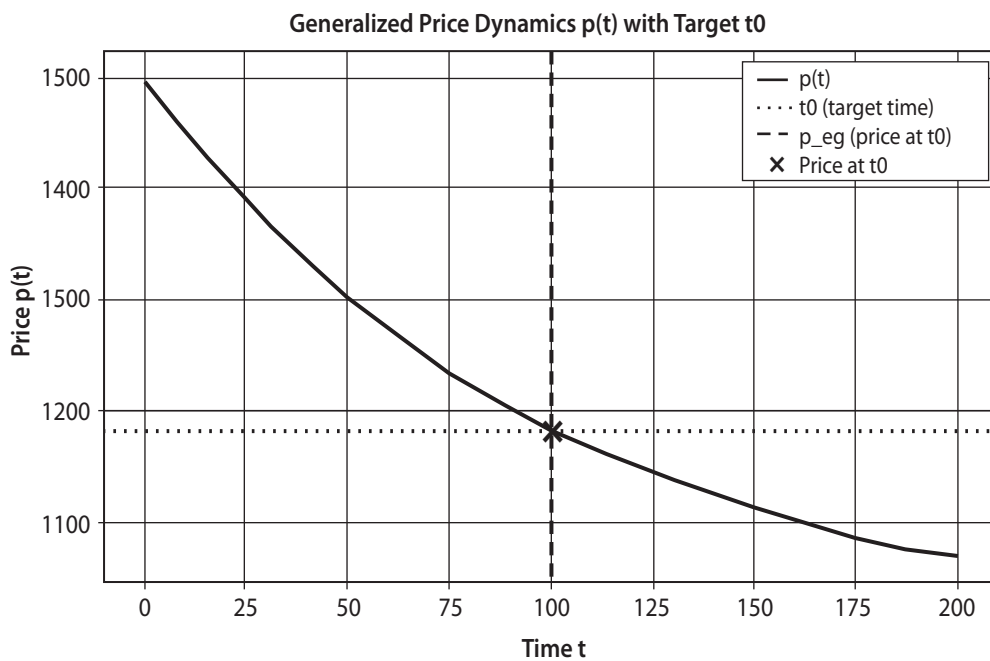


Рис. 3. Визначення ціни $p_{оч}$ для фіксованого моменту часу

Джерело: побудовано авторами за даними [9].

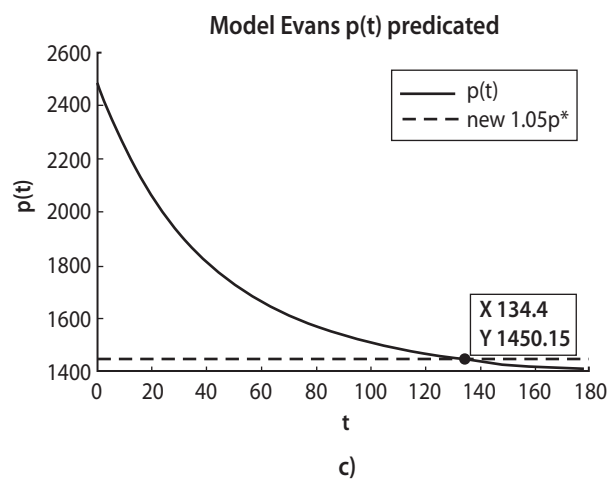
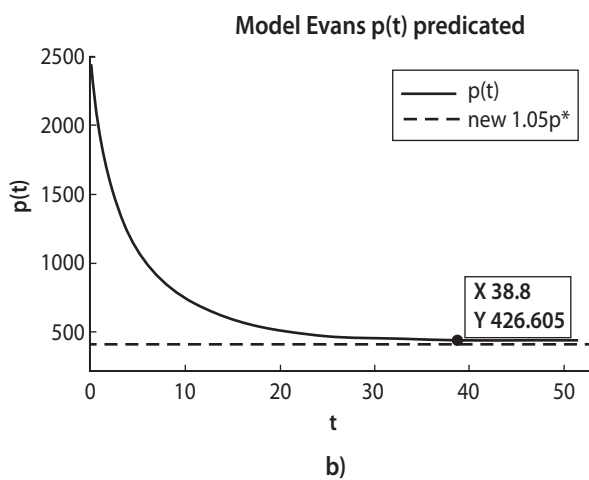
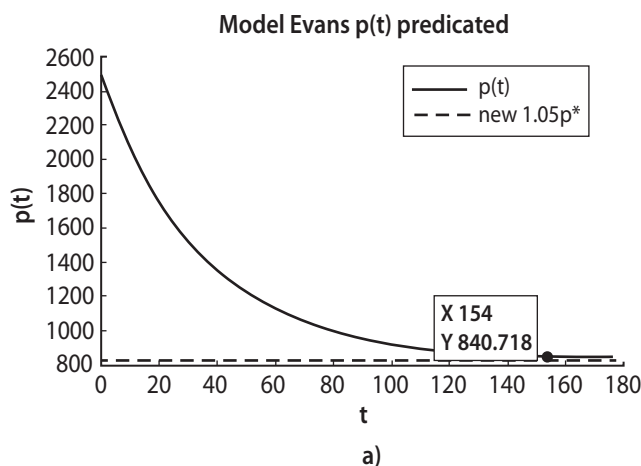


Рис. 4. Формування рівноважної ціни за різних функцій пропозиції

Джерело: авторська розробка.

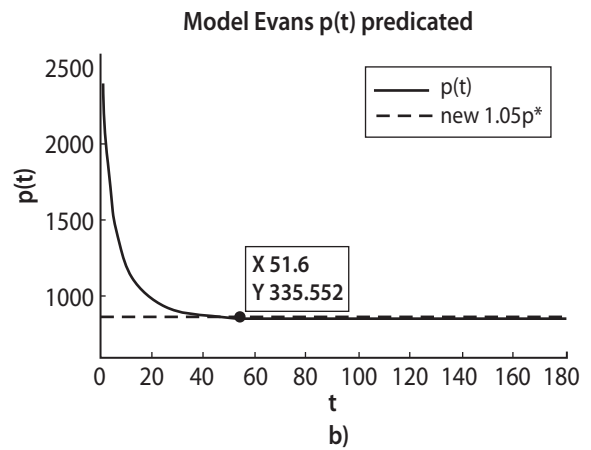
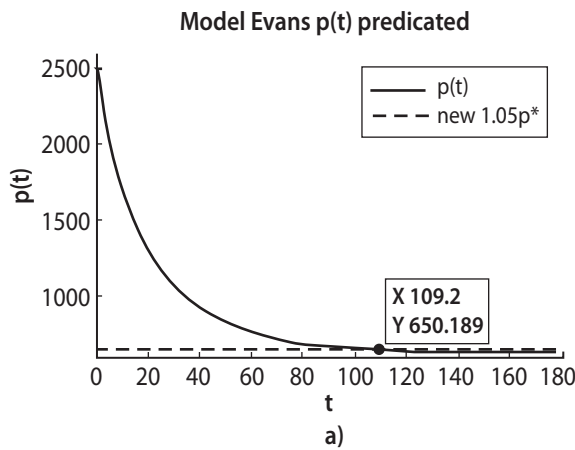


Рис. 5. Формування рівноважної ціни за різних значень параметрів функції пропозиції

Джерело: авторська розробка.

при різних значеннях параметрів функції пропозиції $S(p) = ap^2 + bp + c$.

Виділені точки на наведених графіках являють собою наближення $1,05p^*$ до рівноважної ціни (Y) та часу (X) його досягнення. Вони показують, що виробник може шляхом вибору функції пропозиції (див. рис. 4) у значних межах змінювати рівноважну ціну та величину періоду її формування (певного наближення). Дійсно, можна побачити, що значення наближення до рівноважної ціни $1,05p^*$ варіювалося в межах 426,6–1450,15, тобто змінювалося в понад утричі, а час встановлення вказаної ціни набував значення в діапазоні 38,8–154,0. Аналогічна картина спостерігається і для зміни параметрів функції пропозиції одного виду (графіки рис. 4б, 5 для $S(p) = ap^2 + bp + c$).

Зауважимо, що якщо виробник не є монополістом, то в нього немає можливості впливати на функцію пропозиції. Тоді задачі, які він може розглядати в межах даної моделі, мають той самий сенс, як і в споживача – спостереження й аналіз динаміки ціни.

Аукціоніст. Аукціоніст у моделі Еванса є головною дійовою особою в процесі формування ринкової ціни, призначення якої (на відміну від споживача та виробника) і полягає саме в тому, щоб забезпечувати встановлення рівноваги. Однак у рамках аналізованого підходу вважатимемо, що він може з цією метою використовувати як функцію (7), так і інші види функції, змінювати числові значення їх параметрів. Таким чином він може вирішувати задачі зміни значення рівноважної ціни та часу наближення до неї – як у своїх інтересах (коли, наприклад, відповідає деякій збутовій мережі), так і в інтересах інших економічних агентів –

того ж виробника, який не є монополістом, або споживача.

Наприклад, на графіках рис. 6 наведено динаміку ціни при зміні значень параметра γ функції аукціоніста (7) моделі Еванса (а) $\gamma = 1,0$ і б) $\gamma = 0,2$, графіки рис. 7 представляють еволюцію ціни при функціях аукціоніста виду а) $f(D - S) = \gamma(D - S)^3$ і б) $f(D - S) = \gamma(D - S)^5$ у рівнянні (6) (за лінійних функцій попиту та пропозиції). Зауважимо, що для зазначених функцій аукціоністів рівноважна ціна (за лінійних функцій попиту та пропозиції (1), (2)) матиме те ж саме значення, що визначається співвідношенням (5).

Наведені числові приклади показують, що шляхом зміни значень параметра γ у функції аукціоніста моделі Еванса та вибору виду функції аукціоніста можна суттєво скоротити час сходження до одного і того ж наближення рівноважної ціни.

ВИСНОВКИ

У роботі запропоновано оригінальний економіко-математичний підхід до аналізу процесів формування рівноважної ціни в моделі Еванса, головна особливість якого полягає в тому, що основні учасники ринкової взаємодії (споживач, виробник та аукціоніст) розглядаються як активні економічні агенти, які можуть переслідувати власні інтереси при встановленні ринкової ціни, що дозволяє розглядати задачі аналізу та управління рівноважною ціною з позицій кожного із зазначених агентів.

Подальший розвиток даних досліджень може здійснюватися у двох перспективних напрямках. У теоретичному плані становить інтерес побудова й аналіз оптимізаційних економіко-математичних моделей організації процесів раціонального ціноутворення. З іншого боку, можуть бути роз-

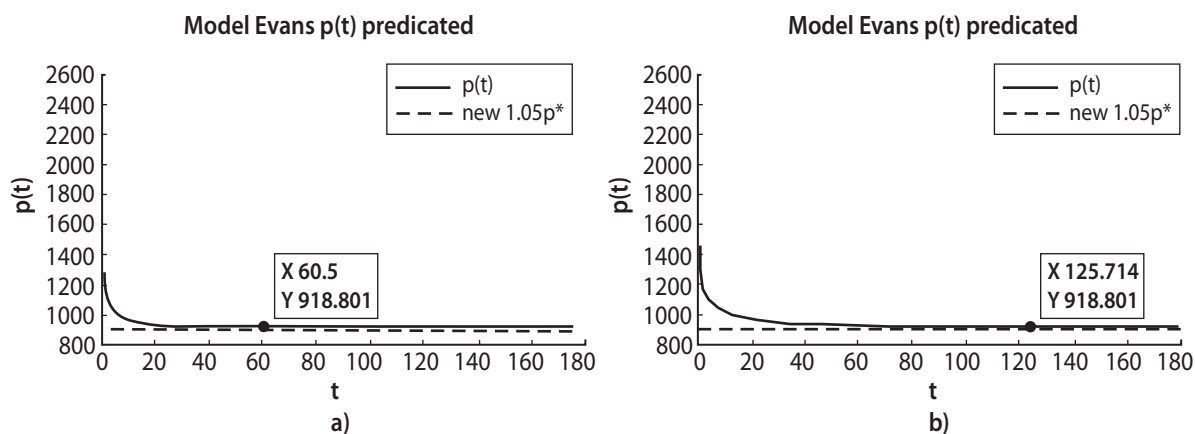


Рис. 6. Динаміка ціни за різних значень параметра γ у функції аукціоніста (7)

Джерело: авторська розробка.

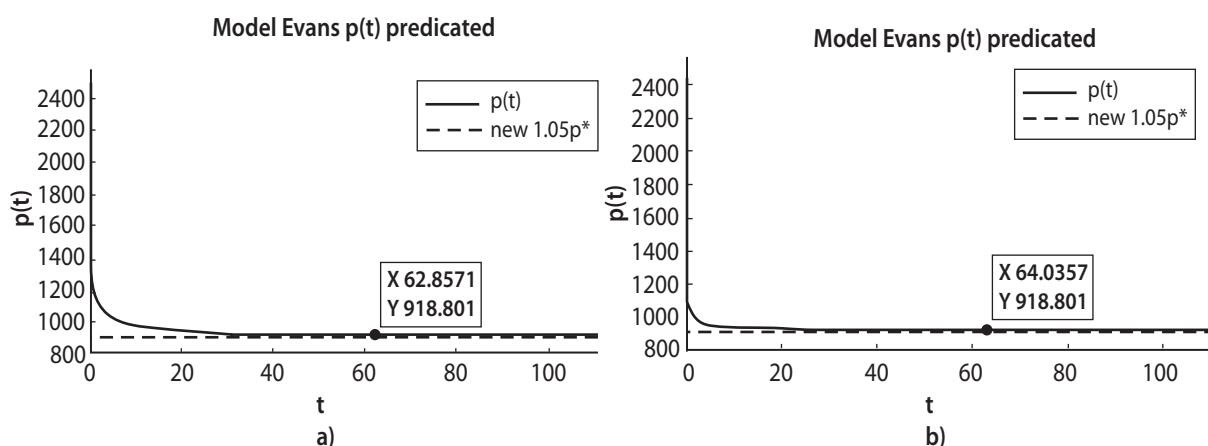


Рис. 7. Динаміка ціни при різних функціях аукціоніста $f(D - S)$

Джерело: авторська розробка.

глянуті можливості пропонованого підходу для розв'язання прикладних задач аналізу й управління процесами формування ціни в інтересах реальних учасників ринку. ■

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Нікішина О. В., Діленко В. О., Тараканов М. Л. Логістичний фактор трансформації теоретичних положень функціонування товарних ринків. *Проблеми економіки*. 2019. № 3. С. 164–170. DOI: <https://doi.org/10.32983/2222-0712-2019-3-164-170>
2. Діленко В. О., Тараканов М. Л. Математичне моделювання формування рівноважної ціни з урахуванням логістичного чинника. *Бізнес Інформ*. 2020. № 7. С. 125–130. DOI: <https://doi.org/10.32983/2222-4459-2020-7-125-130>
3. Заболотній С. В., Могілей С. О. Застосування диференціальної моделі Еванса для аналізу динаміки валютних коливань. *Вісник Східноєвропейського університету економіки і менеджменту. Серія «Економіка і менеджмент»*. 2018. № 2. С. 25–30. URL: <https://visnyksura.com.ua/storage/media/ocjO73B-d4ewx4QQpwlTtnchQ4oWcWUV6iOTHM12J.pdf>
4. Bilousova T. Equilibrium Price on the Market of One Good. Evans Model. *Таврійський науковий вісник. Серія «Економіка»*. 2023. Вип. 16. С. 9–14. DOI: <https://doi.org/10.32782/2708-0366/2023.16.1>
5. Bilousova T. Application of the Samuelson Equation to the Evans Model. *Таврійський науковий вісник. Серія «Економіка»*. 2024. Вип. 19. С. 26–30. DOI: <https://doi.org/10.32782/2708-0366/2024.19.3>
6. Мартиненко О. В., Міщенко І. В. Диференціальні рівняння першого порядку як математичні моделі реальної дійсності. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*. 2019. Вип. 1. С. 25–31. DOI: [10.5281/zenodo.3547771](https://zenodo.org/record/3547771)
7. Вітлінський В. В. Моделювання економіки : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2003. 408 с.

8. Математическая экономика на персональном компьютере / под ред. М. Кубонива. М. : Финансы и статистика, 1991. 304 с.
9. Mujtaba H. AMD Radeon & NVIDIA GeForce Graphics Cards Are Still Twice As Expensive As Their MSRP & GPU Prices Aren't Going To Get Better Any Time Soon. URL: <https://wccftech.com/amd-radeon-nvidia-geforce-graphics-cards-are-still-twice-as-expensive-as-their-msrp-gpu-prices-arent-going-to-get-better-any-time-soon/>

REFERENCES

- Bilousova, T. "Application of the Samuelson Equation to the Evans Model". *Tavriyskiy naukovyi visnyk. Seriya «Ekonomika»*, no. 19 (2024): 26-30.
DOI: <https://doi.org/10.32782/2708-0366/2024.19.3>
- Bilousova, T. "Equilibrium Price on the Market of One Good. Evans Model". *Tavriyskiy naukovyi visnyk. Seriya «Ekonomika»*, no. 16 (2023): 9-14.
DOI: <https://doi.org/10.32782/2708-0366/2023.16.1>
- Dilenko, V. O., and Tarakanov, M. L. "Matematychni modeliuvannya formuvannya rivnovazhnoi tsiny z urakhuvanniam lohistychnoho chynnyka" [Mathematical Modeling of the Equilibrium Price Formation Taking into Account the Logistic Factor]. *Biznes Inform*, no. 7 (2020): 125-130.
DOI: <https://doi.org/10.32983/2222-4459-2020-7-125-130>
- Martynenko, O. V., and Mishchenko, I. V. "Dyferentsialni rivniannia pershoho poriadku yak matematychni modeli realnoi diisnosti" [Differential Equations of the First Order as Mathematical Models of Reality].

- Aktualni pytannia pryrodnycho-matematychnoi osvity*, no. 1 (2019): 25-31.
DOI: 10.5281/zenodo.3547771
- Matematicheskaya ekonomika na personalnom kompyutere* [Mathematical Economics on a Personal Computer] / ed. by M. Kuboniv. Finansy i statistika, 1991.
- Mujtaba, H. "AMD Radeon & NVIDIA GeForce Graphics Cards Are Still Twice As Expensive As Their MSRP & GPU Prices Aren't Going To Get Better Any Time Soon". <https://wccftech.com/amd-radeon-nvidia-geforce-graphics-cards-are-still-twice-as-expensive-as-their-msrp-gpu-prices-arent-going-to-get-better-any-time-soon/>
- Nikishyna, O. V., Dilenko, V. O., and Tarakanov, M. L. "Lohistychnyi faktor transformatsii teoretychnykh polozhen funktsionuvannya tovarnykh rynkiv" [The Logistic Factor in the Transformation of the Theoretical Principles Underlying the Functioning of Commodity Markets]. *Problemy ekonomiky*, no. 3 (2019): 164-170.
DOI: <https://doi.org/10.32983/2222-0712-2019-3-164-170>
- Vitlinskyi, V. V. *Modeliuvannya ekonomiky* [Economic Modeling]. Kyiv: KNEU, 2003.
- Zabolotnii, S. V., and Mohilei, S. O. "Zastosuvannya dyferentsialnoi modeli Evansa dlia analizu dynamiky valiutnykh kolyvan" [Application of Differential Evans Model for Analysis of Currency Fluctuations]. *Visnyk Skhidnoievropeiskoho universytetu ekonomiky i menedzhmentu. Seriya «Ekonomika i menedzhment»*, no. 2 (2018): 25-30. <https://visnyksura.com.ua/storage/media/ocjO73Bd4ewx4QQpwITtnchQ4oWc-WUV6iOTHM12J.pdf>