

# ОБҐРУНТУВАННЯ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ КОВЗНОГО ФОКУСА ЗАДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ФОРМИ ЧАСОВОГО РЯДУ

©2019 ДМИТРЕНКО О. В., ІВАЩЕНКО П. О.

УДК 519.2:330.341

JEL: C32

## Дмитренко О. В., Іващенко П. О. Обґрунтування застосування методу ковзного фокуса задля моделювання та прогнозування форми часового ряду

Обґрунтовано прогнозування економічного чинника за допомогою методу ковзного фокуса. Метод базується на використанні фокального параметра як кількісного оцінювача форми параболічного відрізка тренду та ілюструється на прикладі економічного чинника «Інноваційна активність підприємств України». Фактичний ряд значень цього показника за характером циклічності нагадує послідовність «інноваційних» ковшів (джезев). Метод використовує фокуси відрізків парабол, що апроксимують ці ковші. Задіяно найпростіший метод подвійних ковзних середніх. Обґрунтування вимагало введення та використання нового поняття – «скелет часового ряду», що є комплексом пар емпіриометричних моделей суміжних гілок трендів джезев. Використання методу ковзного фокуса дозволило зробити такий висновок: якщо у 2018 і 2019 рр. чинник «Питома вага підприємств України, які займалися інноваціями» набуде значень 18,40% і 25,50%, то, починаючи з 2020 р., відбудеться спадання значень чинника до 18,35% і 16,09% у 2021 і 2022 рр. відповідно. Таким чином, на інтервалі 2019–2022 рр. прогнозуємо зміну форми тренду зі зростаючого (зі швидкістю 4,90х – 9868,78) на спадаючий (зі швидкістю 4,56х – 9214,28).

**Ключові слова:** ковзний фокус, інноваційна активність, ковзне середнє, «скелет» часового ряду.

**DOI:** <https://doi.org/10.32983/2222-4459-2019-9-123-129>

**Рис.:** 6. **Табл.:** 2. **Формул.:** 24. **Бібл.:** 12.

**Дмитренко Олександр Володимирович** – кандидат економічних наук, доцент кафедри економічної теорії та економічних методів управління, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна (пл. Свободи, 4, Харків, 61022, Україна)

**E-mail:** ipaplin7@gmail.com

**Іващенко Петро Олексійович** – кандидат економічних наук, доцент кафедри статистики, обліку та аудиту, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна (пл. Свободи, 4, Харків, 61022, Україна)

**E-mail:** ipaplin7@gmail.com

УДК 519.2:330.341

JEL: C32

UDC 519.2:330.341

JEL: C32

## Дмитренко А. В., Иващенко П. А. Обоснование применения метода скользящего фокуса для моделирования и прогнозирования формы временного ряда

Обосновано прогнозирование экономического фактора с помощью метода скользящего фокуса. Метод базируется на использовании фокального параметра как количественного оценщика формы параболы отрезка тренда и иллюстрируется на примере фактора «Инновационная активность предприятий Украины». Фактический ряд значений этого показателя по характеру цикличности напоминает последовательность «инновационных» ковшей (джезев). Метод использует фокус отрезков парабол, которые аппроксимируют эти ковши. Задан самый простой метод скользящих средних. Обоснование потребовало введения и использования нового понятия – «скелет временного ряда», что является комплексом пар эмпириометрических моделей смежных ветвей трендов джезев. Применение метода скользящего фокуса позволило сделать следующий вывод: если в 2018 и 2019 гг. фактор «Удельный вес предприятий Украины, которые занимались инновациями» приобретет значения 18,40% и 25,50%, то, начиная с 2020 г., прогнозируется падение значений фактора до 18,35% и 16,09% в 2021 и 2022 гг. соответственно. Таким образом, на интервале 2019–2022 гг. прогнозируется изменение формы тренда растущего (со скоростью 4,90х – 9868,78) на ниспадающий (со скоростью 4,56х – 9214,28).

**Ключевые слова:** скользящий фокус, инновационная активность, скользящее среднее, «скелет» временного ряда.

**Рис.:** 6. **Табл.:** 2. **Формул.:** 24. **Библ.:** 12.

**Дмитренко Александр Владимирович** – кандидат экономических наук, доцент кафедры экономической теории и экономических методов управления, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина (пл. Свободы, 4, Харьков, 61022, Украина)

**E-mail:** ipaplin7@gmail.com

**Иващенко Петр Алексеевич** – кандидат экономических наук, доцент кафедры статистики, учета и аудита, Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина (пл. Свободы, 4, Харьков, 61022, Украина)

**E-mail:** ipaplin7@gmail.com

## Dmytrenko O. V., Ivashchenko P. A. Substantiation for Using the Moving Focus Method to Simulate and Predict the Time Series Form

The predicting of economic factor using the moving focus method is substantiated. The method is based on the use of the focal parameter as a quantitative valuer of the form of parabolic segment of trend and is illustrated by the example of the factor of «Innovation Activities of Enterprises of Ukraine». The actual set of values of this indicator by the nature of cyclicity resembles the sequence of «innovative» buckets (jezves). The method uses the focuses of the parabolas' segments that approximate these buckets. The simplest method of moving averages is used. The substantiation required the introduction and use of a new concept – «temporary series skeleton», which is a complex of pairs of the empiriometric models of the adjacent branches of trends of jezves. The application of the moving focus method allows to draw the following conclusion: if for the years of 2018 and 2019 the factor of «Share of Ukrainian Enterprises that Were Innovative» gains values of 18,40% and 25,50%, then, starting in 2020, the values of the factor are predicted to fall to 18,35% and 16,09% in 2021 and 2022, accordingly. Thus, at the interval of 2019–2022, the form of the growing trend (at a rate of 4,90x – 9868,78) is predicted to change downward (at a rate of 4,56x – 9214,28).

**Keywords:** moving focus, innovative activity, moving average, «temporary series skeleton».

**Fig.:** 6. **Tabl.:** 2. **Formulae:** 24. **Bibl.:** 12.

**Dmytrenko Oлександр V.** – PhD (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Economic Theory and Economic Methods of Management, V. N. Karazin Kharkiv National University (4 Svobody Square, Kharkiv, 61022, Ukraine)

**E-mail:** ipaplin7@gmail.com

**Ivashchenko Peter A.** – PhD (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Statistics, Accounting and Auditing, V. N. Karazin Kharkiv National University (4 Svobody Square, Kharkiv, 61022, Ukraine)

**E-mail:** ipaplin7@gmail.com

**М**етод ковзного фокуса є методом прогнозування форми дискретного часового ряду, який має циклічну специфіку поведінки джезво-подібного типу і добре апроксимується низкою суміжних відрізків парабол. Така особливість поведінки часового ряду дозволяє здійснювати не тільки точкове прогнозування, але й прогнозування відрізка параболи цілком. Як один із важливих результатів метод ковзного фокуса надає можливість прогнозувати форму та тенденцію поведінки відповідного чинника.

Дослідження циклічної поведінки джезво-подібного типу на прикладі чинника «Інноваційна активність підприємств України» виконане в [1]. Вперше про метод ковзного фокуса йшлося у [2]. У розширеному варіанті моделювання та прогнозування циклічної поведінки дискретного часового ряду за методом ковзного фокуса здійснено в [3], де, зокрема, стверджується: «Аналіз існуючих методів моделювання і прогнозування дискретних часових рядів виявив, що, по-перше, всі (підкреслено авторами) вони орієнтовані на отриманні точкових прогнозів і їх верхньої та нижньої границь, по-друге, завдання прогнозування форми відрізка часового ряду навіть не формулювалося» [3, с. 107].

*Мета* статті полягає в обґрунтуванні методу моделювання та прогнозування динаміки форми дискретного часового ряду з урахуванням джезво-подібної циклічності.

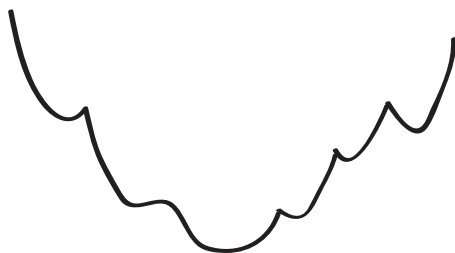
Метод прогнозування за допомогою ковзного фокуса будемо скорочено називати «метод ковзного фокуса» і позначати аббревіатурою МКФ.

Процедура обґрунтування МКФ полягає в дослідженні його теоретичних основ, установленні емпіриометричного змісту та специфічних особливостей методу, що випливають з результату аналізу особливостей поведінки часового ряду

$$y(t) = \{y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N}\}. \quad (1)$$

Почнемо з графічного аналізу часового ряду  $y(t)$ . Візуальне спостереження надає підстави вважати, що це – «велика» парабола, побудована з декількох «маленьких» парабол (рис. 1).

Реальним прикладом є чинник «Питома вага підприємств України, які займалися інноваціями» [4, с. 85; 5, с. 470; 6] (рис. 2). На рис. 2 точками з підпи-



**Рис. 1.** Часовий ряд, що виглядає як «велика» парабола, побудована з декількох «маленьких» парабол

*Джерело:* авторська розробка.

сами даних і, в разі необхідності, – виносками представлені офіційні результати інноваційної активності підприємств України, отримані Державною службою статистики України (раніше – Держкомстат України).

**П**роаналізуємо загальну (макро) поведінку тренду, побудованого на емпіричних даних чинника «Питома вага підприємств України, які займалися інноваціями» (вихідні дані наведені на рис. 2).

*По-перше*, параболический тренд  $y = ax^2 + bx + c$  обрано завдяки зоровому спостереженню за розподілом емпіричних даних чинника «Питома вага підприємств України, які займалися інноваціями» у часі. Його рівняння має такий вигляд:

$$y = 0,051x^2 - 204,81x + 205579. \quad (2)$$

*По-друге*, такий вибір форми тренду, на перший погляд, можна вважати вдалим (коефіцієнт детермінації помітний (0,69)). Головною мотивацією використання параболического тренду є наявність таких його характеристик, як вершина  $(x_0, y_0)$ , фокальний параметр параболи  $p$ , директриса  $l$ , ексцентриситет  $\epsilon$  (для параболи  $\epsilon = 1$  [11, с. 24]), фокус  $F$  – точка з координатами  $(x_F, y_F)$ , а також можливість змістовної інтерпретації її коефіцієнтів:  $a, b, c$  [10; 11, с. 24–29]. Незважаючи на те, що всі параболи подібні, різницю між ними встановлює фокус.

Будемо користуватися такими співвідношеннями:

$$p = \frac{1}{2a}; x_F = x_0 = -\frac{b}{2a}; y_0 = c - \frac{b^2}{4a}; y_F = y_0 + \frac{p}{2}; \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2p}; b = -\frac{x_F}{p}; c = y_F + \frac{x_F^2}{2p}. \quad (4)$$

*По-третє*, з урахуванням впливу на інноваційну діяльність економічних змін, що відбувалися в Україні в період з 1995 по 2017 рр. і, зокрема, з 2005 по 2007 рр., властивість симетричності параболического тренду (параболи) слід ставити під сумнів. Дійсно, якщо розділити період з 1995 по 2017 рр. на дві частини: 1995–2005, 2005–2017 рр. і побудувати відповідні параболическі тренди (рис. 3), бачимо різку картину. Вони відрізняються як формою (порівняно з рис. 1), так і змістовною економічною інтерпретацією.

Інноваційна активність на інтервалі з 1995 по 2006 рр. спадає зі швидкістю за лінійним законом  $\frac{dy}{dx} = -0,0714x + 141,86$ . Інноваційна активність на інтервалі з 2006 по 2017 рр. зростає зі швидкістю, що зменшується за лінійним законом

$$\frac{dy}{dx} = -0,101x + 203,88.$$

Коефіцієнти детермінації  $R^2$  мають величини, що підтверджують адекватність обраних моделей трендів. Слід мати на увазі, що оцінки параметрів трендів не є значущими.

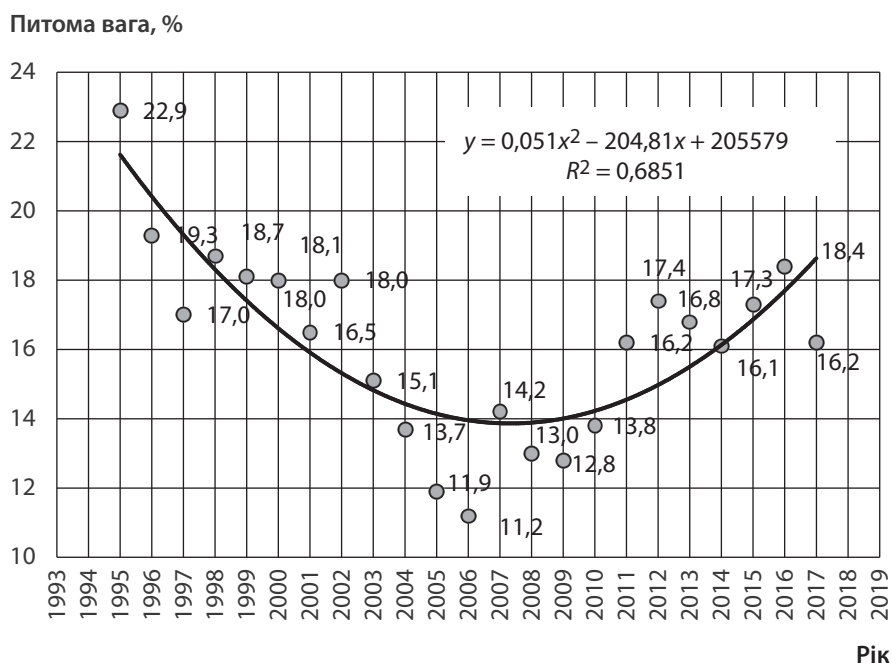


Рис. 2. Нелінійний (параболічний) тренд для емпіричних даних чинника «Питома вага підприємств України, які займалися інноваціями»

Джерело: авторська розробка.

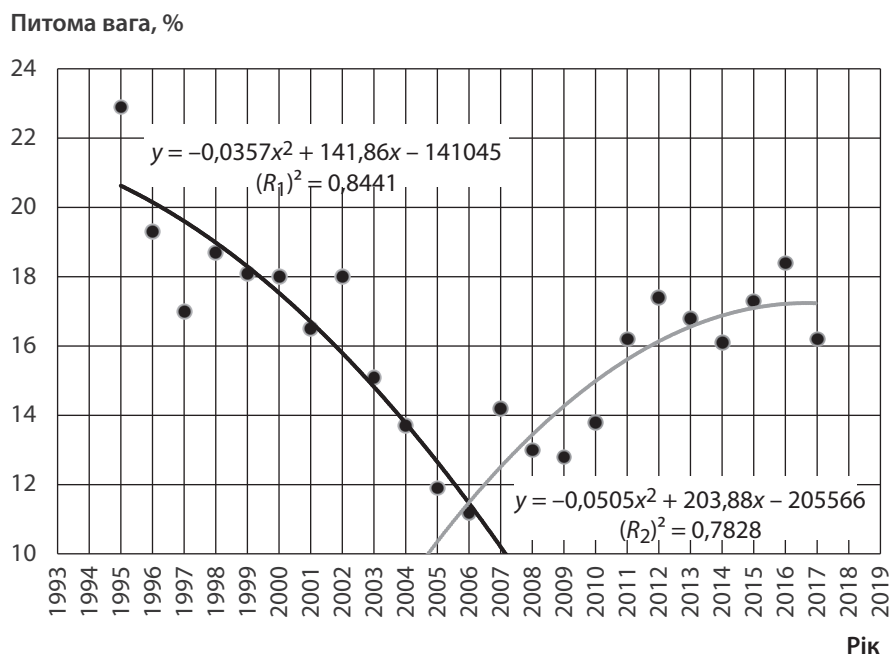


Рис. 3. Дві гілки параболічних трендів для емпіричних даних чинника «Питома вага підприємств України, які займалися інноваціями» для двох (пересічних в одній точці) множин

Джерело: авторська розробка.

Форму опуклості першого тренду характеризує відрізок його правої гілки та фокус. Відповідно форма опуклості другого тренду характеризується відрізком його лівої гілки та фокусом.

Пропонуємо за кількісну характеристику форми параболічного тренду брати його фокус, а точніше, його  $y$ -ову координату  $y_F$ .

Згідно з (4) парабола однозначно характеризується фокальним параметром і координатами фокуса.

Для подальших розвідок нам знадобиться поняття «скелету» часового ряду.

Під *скелетом* часового ряду (1), що припускає представлення

$$y(t) = \{y_{t_1}, \dots, y_{t_k}; y_{t_k}, \dots, y_{t_l}; y_{t_l}, \dots, y_{t_j}; y_{t_j}, \dots, y_{t_l}; y_{t_l}, \dots, y_{t_L}; y_{t_L}, \dots, y_{t_N}\}, \quad (5)$$

розуміємо комплекс математичних моделей (трендів) одного класу кількістю  $L+1$ :

$$M_y = \{\mu_1, \dots, \mu_{L+1}\}. \quad (6)$$

Кожна модель являє собою пару моделей, що відповідають, взагалі кажучи, різним відрізнякам гілок парабол з однакою вершиною. Геометричною особливістю пари моделей  $\mu_l = (M_{l-1}, M_l)$ ,  $l = 2, \dots, L+1$  (це вже чотири гілки) є те, що вони «склеєні» (рис. 4).

Кожній гілці  $l$  відповідає модель  $M_l$  параболу у вигляді

$$y_l(t) = a_l t_l^2 + b_l t_l + c_l, \quad (7)$$

де  $l = 1, \dots, L+1$ , а параметри  $a_l, b_l, c_l$  моделі (7) невідомі та підлягають оцінюванню (наприклад, умовним методом найменших квадратів [7, с. 9; 8, с. 13–18]).

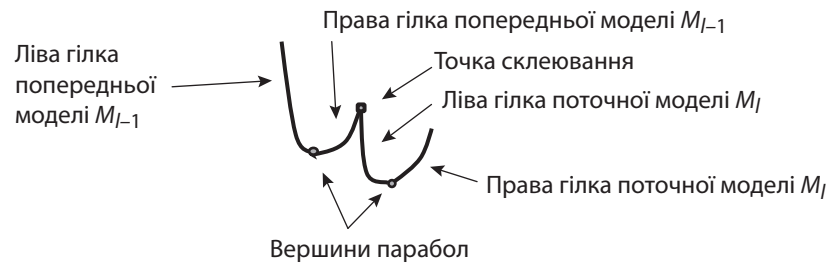


Рис. 4. Пара склеєних моделей ( $M_{l-1}, M_l$ )

Джерело: авторська розробка.

Питома вага, %

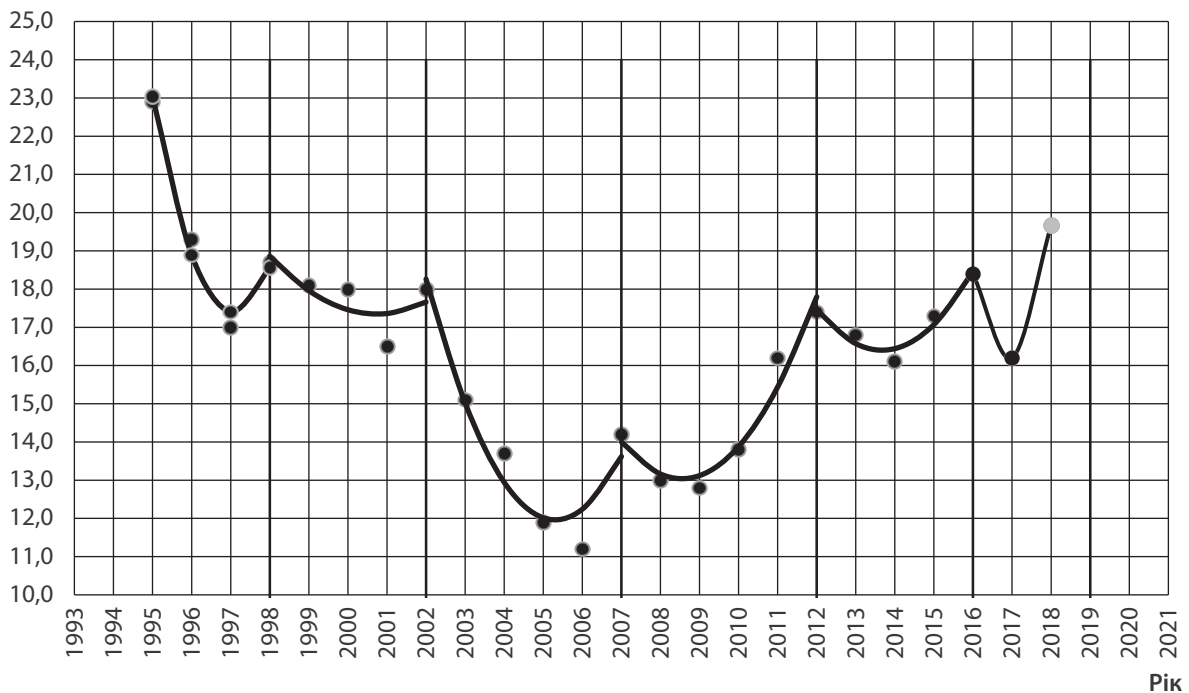


Рис. 5. Відрізки парабол на прикладі чинника «Питома вага підприємств України, які займалися інноваціями»

Джерело: авторська розробка на основі даних Державної служби статистики [4, с. 85; 5, с. 470; 6].

З метою побудування «скелету» часового ряду спочатку візуально розділимо емпіричні точки на  $L+1$  групи. Це розділення ґрунтується на виявлених авторами закономірностях, які проявлялись у межах (3–4 місяці) 1998, 2002, 2007, 2012, 2016, 2019 рр. Воно (розділення) стосується змін гілок влади (президентської, законодавчої, виконавчої, фінансової та ін.). Для графічно-аналітичного супроводження викладок скористаємося реальними даними (див. рис. 2).

У даному випадку – це шість відрізків парабол (рахуючи зліва направо). Інтервали календарного часу для них, взагалі кажучи, різні (рис. 5).

Як бачимо на рис. 5 суміжні кінцівки відрізків парабол для 1998, 2002, 2007, 2012, 2016 рр. не співпадають і потребують склеювання. Графіки парабол 1–3 мають ліву гілку, більшу за праву. Графіки парабол 4–6, навпаки, мають більшу праву гілку порівняно з лівою. Ми вважаємо, що ця властивість пов'язана з опосередкованою дією світової кризи.

Оцінки коефіцієнтів для відрізків парабол 1–6 на інтервалах часу [1995; 1998], [1998; 2002], [2002; 2007], [2007; 2012], [2012; 2016], [2016; 2018] розраховані методом найменших квадратів. Оцінки їх коефіцієнтів, координати їх вершин і лівої та правої точок наведено в *табл. 1*.

Відповідна формула розрахунку усереднених крайніх значень попередньої правої та поточної лівої точок суміжних парабол (останній стовпчик табл. 1) має вигляд

$$(y_{cp})_l = ((y_{п})_{l-1} + (y_{л})_l) / 2, l = 2, \dots, L. \quad (8)$$

$$(g_{л})_l(a, b, c) = at_{J_{l-1}}^2 + bt_{J_{l-1}} + c - y_{J_{l-1}}; \quad (19)$$

$$(g_{п})_l(a, b, c) = at_{J_l}^2 + bt_{J_l} + c - y_{J_l, cp}. \quad (20)$$

Індекси «п» та «л–1» у лівій частині співвідношення (13) означають праву гілку попередньої параболи (див. рис. 4). Індекси  $l_{п} - 1, j$  у правій частині співвідношення (15) означають  $j$ -те значення часу на інтервалі визначення правої гілки попередньої параболи (змінюється в межах від 1 до  $J_{l-1}$  і може набувати значень 0, 1, ...). Такий вибір позначень зумов-

Таблиця 1

Оцінки коефіцієнтів відрізків парабол 1–6 часового ряду, координати їх вершин і лівої та правої точок, а також усереднені значення попередньої правої та поточної лівої точок суміжних парабол

№ з/п	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	$p$	$x_0$	$y_0$	$y_{л}$	$y_{п}$	$y_{cp}$
1	1,33	-5292,22	5284458,84	0,38	1997,06	17,40	18,56	18,86	18,71
2	0,20	-800,30	800617,46	2,50	2000,75	17,35	17,66	18,26	17,96
3	0,58	-2313,26	2319410,34	0,87	2005,30	11,96	13,62	14,20	13,91
4	0,50	-2008,70	2017450,60	1,00	2008,70	12,76	18,20	17,50	17,85
5	0,45	-1812,25	1824599,70	1,11	2013,61	16,33	18,90	18,90	18,90
6	2,45	-9883,55	9967828,49	0,20	2017,05	16,19	18,40	-	-

Джерело: розраховано авторами.

Переходимо безпосередньо до склеювання відповідних гілок парабол (формули (7), (8)).

Склеювання пари суміжних гілок відрізків параболи (див. рис. 4) пропонується здійснити шляхом вирішення пари задач математичного програмування. Вони формулюються таким чином.

Перша задача:

$$(f_{п})_{l-1}(a, b, c) \rightarrow \min; \quad (9)$$

$$(g_0)_{l-1}(a, b, c) = 0; \quad (10)$$

$$(g_{п})_{l-1}(a, b, c) = 0. \quad (11)$$

Друга задача:

$$(f_{л})_l(a, b, c) \rightarrow \min; \quad (12)$$

$$(g_{л})_l(a, b, c) = 0; \quad (13)$$

$$(g_0)_l(a, b, c) = 0, \quad (14)$$

$l = 2, \dots, L$ .

Зміст виразів у лівій частині співвідношень (9) – (14) такий:

$$(f_{п})_{l-1}(a, b, c) = \sum_{j=1}^{J_{l-1}} (at_{п-1,j}^2 + bt_{п-1,j} + c - y_{п-1,j})^2; \quad (15)$$

$$(g_0)_{l-1}(a, b, c) = at_{п-1,0}^2 + bt_{п-1,0} + c - y_{п-1,0}; \quad (16)$$

$$(g_{п})_{l-1}(a, b, c) = at_{п-1}^2 + bt_{п-1} + c - y_{l, cp}; \quad (17)$$

$$(f_{л})_l(a, b, c) = \sum_{j=1}^{J_l} (at_{л,j}^2 + bt_{л,j} + c - y_{л,j})^2; \quad (18)$$

лений появою і використанням нецілих вимірів часу. Індекси «0» та «л–1» у лівій частині співвідношення (16) означають вершину правої гілки попередньої параболи (див. рис. 4). Індекси  $l_{п} - 1, 0$  у правій частині співвідношення (16) означають значення часу, що відповідає вершині правої гілки попередньої параболи за номером «л–1». Індекси «л», «ср» у правій частині співвідношення (17) вказують на те, що права гілка попередньої параболи проходить через точку з координатами  $(t_{л-1}, y_{l, cp})$ , де  $y_{l, cp}$  обчислена за формулою (8). Індекси, використані у формулах (18) – (20), стосуються лівої гілки поточної параболи та інтерпретуються аналогічним чином.

Скористаємося методом невизначених множників Лагранжа. Будуємо дві функції Лагранжа. У нашому випадку вони мають такий вигляд:

$$L_{1,l-1}(a, b, c, \lambda_1, \lambda_2) = f_{п,l-1}(a, b, c) + \lambda_1 g_{0,п}(a, b, c) + \lambda_2 g_{п,l-1}(a, b, c); \quad (21)$$

$$L_{2,l}(a, b, c, \lambda_1, \lambda_2) = f_{л,l}(a, b, c) + \lambda_1 g_{0,л}(a, b, c) + \lambda_2 g_{л,l}(a, b, c). \quad (22)$$

Вирішуємо ці дві задачі (відшукуємо безумовний екстремум (мінімум)):

$$L(a, b, c, \lambda_1, \lambda_2) \rightarrow \min, \quad (23)$$

де індекси не вказані [8, с. 18].

Розв'язок (23) – це розв'язок системи з п'яти лінійних рівнянь з п'ятьма невідомими:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial a} L(a, b, c, \lambda_1, \lambda_2) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial b} L(a, b, c, \lambda_1, \lambda_2) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial c} L(a, b, c, \lambda_1, \lambda_2) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \lambda_1} L(a, b, c, \lambda_1, \lambda_2) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \lambda_2} L(a, b, c, \lambda_1, \lambda_2) = 0. \end{cases} \quad (24)$$

У нашому випадку (коли вихідних даних замало) результати кількісного обчислення системи (24) можна навести таким чином (табл. 2).

Алгоритм обчислення прогнозних значень  $y_{F, \text{прогн.}}$  наведено на рис. 6. Прогнозні значення  $p_{\text{прогн.}}$ ,  $y_{0, \text{прогн.}}$  були обчислені методом експоненційного згладжування [12, с. 148].

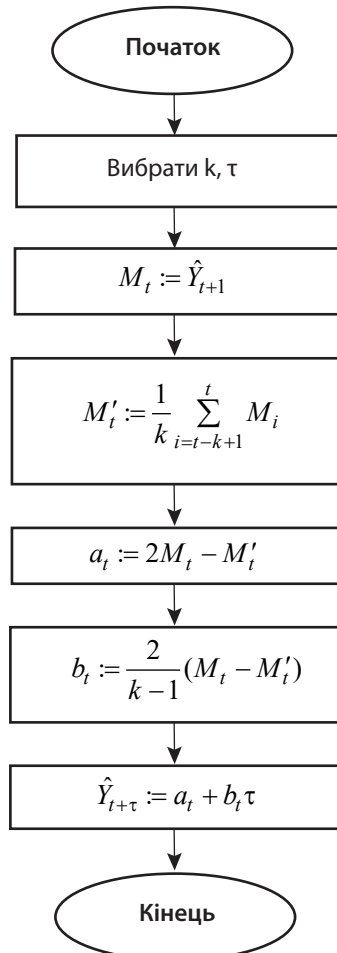
Використовуючи дані рядків 1–6 табл. 2 і алгоритм (див. рис. 6), можна отримати спочатку а потім на їх основі оцінки (див. останній рядок табл. 2).

**Таблиця 2**

**Оцінки для коефіцієнтів  $a, b, c$  системи (24), а також параметра  $p$ , вершини  $y_0$  і фокуса  $y_F$**

№ з/п	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	$\hat{p}^{*)}$	$\hat{X}_F = \hat{x}_0$	$\hat{y}_0^{*)}$	$\hat{y}_F^{*)}$
1	1,36	-5449,91	5441833,94	0,37	1997,03	17,42	17,60
2	0,22	-887,36	887564,71	2,25	2000,42	17,41	18,53
3	0,58	-2310,40	2316426,65	0,87	2005,20	12,05	12,48
4	0,40	-1590,87	1597644,46	1,26	2008,51	13,01	13,64
5	0,50	-2019,99	2033886,17	1,00	2013,74	16,33	16,83
6	2,45	-9868,78	9952927,99	0,20	2017,05	16,20	16,30
7	2,28	-9214,28	9315640,26	0,22	2022,00	15,42	16,20

**Примітка:** \*) – обчислюються за формулами (3) – (4). **Джерело:** розраховано авторами.



**Рис. 6.** Алгоритм розрахунку прогнозої оцінки координати  $y_F$  фокуса, вершини гілки параболи (7) і параметра  $p$  прогнозованого відрізка параболи чинника «Інноваційна активність підприємств України»

**Джерело:** розроблено авторами на основі [12, с. 146].

Використовуючи отримані результати прогнозування форми оціненої гілки параболи, можна зробити такий висновок. Якщо у 2018, 2019 рр. чинник «Питома вага підприємств України, які займалися інноваціями» набуде значень 18,40% і 25,50%, то за МКФ, починаючи з 2020 р., відбудеться спадання значень чинника до 18,35% і 16,09% у 2021 і 2022 рр. відповідно.

Таким чином, на інтервалі 2019–2022 рр. прогнозуємо зміну форми тренду зі зростаючого (зі швидкістю  $4,90x - 9868,78$ ) на спадаючий (зі швидкістю  $4,56x - 9214,28$ ).

## ВИСНОВКИ

Метод ковзного фокуса, обґрунтування якого розглянуто в статті, дозволяє прогнозувати поряд із точковими вимірами економічних чинників їх форму. Це дає можливість прогнозувати темпи та швидкість зростання/убування чинника на відрізку часу. Подальші розвідки можуть бути спрямовані на розширення меж застосування методу прогнозування з використанням ковзного фокуса. ■

## ЛІТЕРАТУРА

1. **Посохов І. М., Іващенко П. О., Іванова В. Б.** Циклічність інноваційної активності підприємств України // Статистичні методи та інформаційні технології аналізу соціально-економічного розвитку : матеріали XVIII Всеукраїнської наук.-практ. конф. (24 травня 2018 р.). Хмельницький : Хмельницький університет управління та права, 2018. С. 44–48.
2. **Іващенко П. О.** Прогнозування за методом ковзного фокуса // Статистичні методи та інформаційні технології аналізу соціально-економічного розвитку : матеріали XIX Всеукраїнської наук.-практ. конф. (23 травня 2019 р.). Хмельницький : Хмельницький університет управління та права імені Леоніда Юзькова, 2019. С. 179–182.
3. **Дмитренко О. В., Іващенко П. О.** Моделювання і прогнозування циклічної поведінки дискретного часового ряду за методом ковзного фокуса. *Бізнес Інформ*. 2019. № 5. С. 106–110.
4. Наукова та інноваційна діяльність України, 2017 рік. Київ : Державна служба статистики України, 2018. 178 с.
5. Статистичний щорічник України за 2017 рік. Київ : Державна служба статистики України, 2018. 541 с.
6. Статистична інформація / Економічна статистика / Наука, технології та інноваційна діяльність (1990–2016) / Загальний обсяг витрат за напрямками інноваційної діяльності // Державна служба статистики України. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua/>
7. **Денисенко В. І.** Емпириометрія : учеб. пособие. Владимир : Изд-во ВлГУ, 2017. 124 с.
8. **Моклячук М. П.** Варіаційне числення. Екстремальні задачі : підручник. Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2009. 380 с.
9. Статистика інновацій. URL: <https://buhgalter911.com/blanki/statistika/statistika-innovaciy/>
10. Парабола // Вікіпедія. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Парабола>
11. **Акопян А. А., Заславский А. В.** Геометрические свойства кривых второго порядка. М. : МЦНМО, 2007. 136 с.

**12. Ханк Д. Э., Уичерн Д. У., Райте А. Дж.** Бизнес-прогнозирование. М. : ИД «Вильямс», 2017. 656 с.

## REFERENCES

- Akopyan, A. A., and Zaslavskiy, A. V. *Geometricheskiye svoystva krivyykh vtorogo poryadka* [Geometric properties of second-order curves]. Moscow: MTsNMO, 2007.
- Denisenko, V. I. *Empiriometriya* [Empiriometry]. Vladimir: IZD-VO VIGU, 2017.
- Dmytrenko, O. V., and Ivashchenko, P. O. "Modeliuvannya i prohnozuvannya tsyklichnoi povedinky dyskretneho chasovoho riadu za metodom kovznoho fokusu" [Simulation and prediction of the cyclic behavior of a discrete time series by the method of sliding focus]. *Biznes Inform*, no. 5 (2019): 106-110.
- Ivashchenko, P. O. "Prohnozuvannya za metodom kovznoho fokusa" [Sliding focus prediction]. *Statystychni metody ta informatsiini tekhnologii analizu sotsialno-ekonomichnoho rozvytku*. Khmelnytskyi: Khmelnytskyi universytet upravlinnia ta prava imeni Leonida Yuzkova, 2019. 179-182.
- Khank, D. E., Uichern, D. U., and Rayte, A. Dzh. *Biznes-prohnozirovaniye* [Business forecasting]. Moscow: ID «Vilyams», 2017.
- Mokliachuk, M. P. *Variatsiine chyslennia. Ekstremalni zadachi* [Variational calculus. Extreme tasks]. Kyiv: VPTs «Kyivskiy universytet», 2009.
- Naukova ta innovatsiina diialnist Ukrainy, 2017 rik [Scientific and Innovative Activity of Ukraine, 2017]. Kyiv: Derzhavna sluzhba statystyky Ukrainy, 2018.
- "Parabola" [Parabola]. Vikipediya. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Парабола>
- Posokhov, I. M., Ivashchenko, P. O., and Ivanova, V. B. "Tsyklichnist innovatsiinoi aktyvnosti pidpriemstv Ukrainy" [Cyclicity of innovation activity of Ukrainian enterprises]. *Statystychni metody ta informatsiini tekhnologii analizu sotsialno-ekonomichnoho rozvytku*. Khmelnytskyi: Khmelnytskyi universytet upravlinnia ta prava, 2018. 44-48.
- "Statistika innovatsiy" [Innovation Statistics]. <https://buhgalter911.com/blanki/statistika/statistika-innovaciy/>
- "Statystychna informatsiia / Ekonomichna statystyka / Nauka, tekhnologii ta innovatsiina diialnist (1990-2016) / Zahalnyi obsiah vytrat za napriamamy innovatsiinoi diialnosti" [Statistical Information / Economic Statistics / Science, Technology and Innovation (1990-2016) / Total expenditure on innovation activities]. Derzhavna sluzhba statystyky Ukrainy. <http://www.ukrstat.gov.ua/>
- Statystychniy shchorichnyk Ukrainy za 2017 rik* [Statistical Yearbook of Ukraine for 2017]. Kyiv: Derzhavna sluzhba statystyky Ukrainy, 2018.