УДК 519.8(075)

МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ З НЕЧІТКИМ ТРИКУТНИМ ПОПИТОМ

©2018 МАНЖОС Т. В., МЕЛЬНИК О. О., ЛУЦИШИНА Ж. В.

УДК 519.8(075)

Манжос Т. В., Мельник О. О., Луцишина Ж. В. Модель управління запасами з нечітким трикутним попитом

У роботі представлено алгоритм побудови моделі управління запасами за умови, коли невідомий попит на ресурс моделюється за допомогою нечіткої логіки. Алгоритм може бути застосований, зокрема, і для інноваційного товару або послуги, коли історичні дані про попит відсутні. Таким чином, на основі спостережень за попитом на подібні товари та на основі суджень експертів прогнозне значення попиту може бути представлене як трикутне нечітке число. У результаті значення функції витрат на систему управління запасами, відповідно, також є нечіткими числами. Для дефазифікації цієї функції в роботі використано метод медіани, у результаті чого отримано дійснозначну функцію витрат. Для знаходження оптимальних стратегій функціонування системи управління запасами було використано критерій мінімізації функції витрат, отриманої за наведеним алгоритмом, що дозволило в явному вигляді записати оптимальні розв'язки задачі. Теоретичний матеріал проілюстровано числовими прикладами. Знайдений алгоритм пошуку оптимальних стратегій може бути використаний при побудові програмного забезпечення для оптимізації закупівель на виробництві за відсутньої історії попередніх продажів.

Ключові слова: *дифузія інновацій, модель Басса, нечіткі числа, одноперіодна модель управління запасами.*

Рис.: *7.* ***Табл.:*** *1.* ***Формул:*** *7.* ***Бібл.:*** *8.*

Манжос Тетяна Василівна *– кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (просп. Перемоги, 54/1, Київ, 03057, Україна)*

E-mail: *tmanzhos@kneu.edu.ua*

Мельник Ольга Олександрівна *– кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (просп. Перемоги, 54/1, Київ, 03057, Україна)*

E-mail: *melnyk_olya@ukr.net*

Луцишина Жанна Володимирівна *– кандидат економічних наук, старший викладач кафедри вищої математики, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (просп. Перемоги, 54/1, Київ, 03057, Україна)*

E-mail: *lzhv@ukr.net*

УДК 519.8(075)

Манжос Т. В., Мельник О. А., Луцишина Ж. В. Модель управления запасами с нечетким треугольным спросом

В работе представлен алгоритм построения модели управления запасами при условии, что неизвестный спрос на ресурс моделируется с помощью нечеткой логики. Алгоритм может быть применен в том числе и для инновационного товара или услуги, когда исторические данные о спросе отсутствуют. Таким образом, на основе наблюдений за спросом на подобные товары и на основе суждений экспертов прогнозируемое значение спроса может быть представлено как треугольное нечеткое число. В результате значения функции затрат на систему управления запасами, соответственно, также являются нечеткими числами. Для дефазификации этой функции в работе использован метод медианы, в результате чего получена действительнозначная функция затрат. Для нахождения оптимальных стратегий функционирования системы управления запасами использован критерий минимизации функции затрат, полученной по приведенному алгоритму, что позволило в явном виде записать оптимальные решения задачи. Теоретический материал проиллюстрирован числовыми примерами. Найденный алгоритм поиска оптимальных стратегий может быть использован при построении программного обеспечения для оптимизации закупок на производстве при отсутствии истории предыдущих продаж.

Ключевые слова: *диффузия инноваций, модель Баса, нечеткие числа, одноопериодная модель управления запасами.*

Рис.: *7.* ***Табл.:*** *1.* ***Формул:*** *7.* ***Библ.:*** *8.*

Манжос Татьяна Васильевна *– кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03057, Украина)*

E-mail: *tmanzhos@kneu.edu.ua*

Мельник Ольга Александровна *– кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03057, Украина)*

E-mail: *melnyk_olya@ukr.net*

Луцишина Жанна Владимировна *– кандидат экономических наук, старший преподаватель кафедры высшей математики, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03057, Украина)*

E-mail: *lzhv@ukr.net*

UDC 519.8(075)

Manzhos T. V., Melnyk O. O., Lutsyshyna Zh. V. The Model of Management of Inventory with Fuzzy Triangular Demand

The publication presents the algorithm of building the inventory management model, provided that unknown demand for resource is modeled with use of fuzzy logic. The algorithm can be applied also for an innovative product or service, when history data on demand are absent. Thus, based on the observations of demand for such goods and on the basis of experts' judgment, the predicted value of demand can be represented as a triangular fuzzy number. As a result, the values of the cost function of the inventory management system are respectively fuzzy numbers. For the defazification of this function, the method of median was used in the work, resulting in a real value function of the cost. To find optimal strategies for the operation of the inventory management system, the criterion of minimizing the cost function obtained by the given algorithm was used, which allowed to record optimal solutions of the problem explicitly. The theoretical material is illustrated by numerical examples. The obtained algorithm of search for optimum strategies can be used at developing the software for optimization of procurement at production place in view of absence of history of previous sales.

Keywords: *diffusion of innovations, Bass Model, fuzzy numbers, one-period model of inventory management.*

Fig.: *7.* ***Tbl.:*** *1.* ***Formulae:*** *7.* ***Bibl.:*** *8.*

Manzhos Tetiana V. *– PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine)*

E-mail: *tmanzhos@kneu.edu.ua*

Melnyk Olga O. *– PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine)*

E-mail: *melnyk_olya@ukr.net*

Lutsyshyna Zhanna V. *– PhD (Economics), Senior Lecturer of the Department of Higher Mathematics, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine)*

E-mail: *lzhv@ukr.net*

Для забезпечення неперервного й ефективного функціонування будь-якого підприємства необхідне створення запасів. Наприклад, у виробничому процесі, торгівлі, медичному обслуговуванні, сфері громадського харчування тощо від грамотного управління системою запасів часто залежить конкурентоздатність та успішність компанії. Залежно від ситуації під запасами можуть матися на увазі: готова продукція, сировина, напівфабрикати, верстати, інструменти, транспортні засоби, готівка та інше.

До економічного збитку може призвести як надмірний обсяг запасів, так і їхня недостатність. Наприклад, продукти, що швидко псуються, вимагають створення спеціальних умов для зберігання, а це спричиняє певні витрати. З іншого боку, чим нижчим є рівень запасу, тим більша ймовірність виникнення дефіциту, що може призвести до збитків внаслідок втрати клієнтів, зупинки виробничого процесу тощо. Крім того, при низькому рівні запасів часто доводиться екстрено постачати нові партії товару, а це може спричинити непередбачувані витрати, пов'язані з доставкою замовлень.

Метою задачі управління запасами є пошук оптимальної стратегії, тобто такого рівня запасів, при якому функція всіх описаних видів витрат набуває мінімального значення. При цьому перед створенням запасів необхідно передбачити, яким саме буде попит на продукт. Спрогнозувати попит за допомогою статистичних даних вдається не завжди через відсутність історії попередніх продажів, зокрема, наприклад, якщо продукт інноваційний. Процес поширення інноваційного продукту дозволяють дослідити дифузійні моделі, які з'явились у 1960-х роках і широко використовуються в усьому світі.

Дифузійна модель у маркетингу була вперше запропонована Ф. Бассом (*F. M. Bass*) [1], суть якої полягає в такому. Нехай існує деякий ринок, на якому з'являється принципово новий продукт (товар чи послуга), який не має аналогів і, відповідно, конкуренції з боку інших продуктів. Цей продукт створює новий попит, тобто, з'являється певна кількість споживачів, які бажають придбати цей продукт або вже його придбали. Тоді частина покупців, які здійснюють покупку в момент часу t, описується за допомогою формули

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = p + qF(t), \qquad (1)$$

де $f(t)$ – частина покупців, які здійснюють покупку в момент часу t, або функція щільності розподілу числа покупців у часі; $F(t)$ – частина покупців, які здійснили покупку до моменту часу t, або функція розподілу числа покупців у часі, $F(T) = \int_0^T f(t)\,dt$; p – коефіцієнт інновації, або коефіцієнт зовнішнього впливу; q – коефіцієнт імітації, або коефіцієнт внутрішнього впливу.

Позначимо через $N(t)$ сукупне число тих, хто обере новий продукт за час t; dN / dt – кількість покупців, які придбають новий продукт у момент часу t; m – потенціал ринку продукту. Оскільки $\frac{dN}{dt} = mf(t)$, з рівняння (1) після перетворень отримаємо другу форму рівняння Басса:

$$\frac{dN}{dt} = pm + (q - p)N(t) - \frac{q}{m}[N(t)]^2. \qquad (2)$$

Інтегруючи рівняння (2) при початковій умові $N(0) = 0$, отримаємо:

$$N(t) = m\frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + (q/p)e^{-(p+q)t}}. \qquad (3)$$

Оскільки дифузійні моделі містять параметри, які є наближеними або беруться на основі досвіду просування подібних товарів на ринок, то і їх розв'язок є наближеним. Тому при прогнозуванні попиту ми повинні врахувати певну невизначеність.

У задачах управління запасами невизначеність попиту на ресурс, який буде зберігатися, за відсутності статистичних даних може бути оцінена експертами.

Значна частина робіт, переважно зарубіжних учених, присвячена моделюванню систем управління запасами з використанням нечіткої логіки. Наприклад, у статтях К. Парка (*K. S. Park*) [2], Х. Іші та Т. Конно (*H. Ishii, T. Konno*) [3] нечіткими числами є коефіцієнти витрат, у роботах Дж. Яо та Х. Лі (*J.-S. Yao, H.-M. Lee*) [4; 5] і С. Чанга (*S.-C. Chang*) [6] обсяг замовлення, що є змінною рішень, моделюється як нечітка величина. Невизначеність при прогнозуванні попиту, виражена в лінгвістичних термінах, була врахована при побудові одноперіодних моделей управління запасами в роботі [7].

Незважаючи на значну кількість робіт, присвячених тематиці даної роботи, загального алгоритму для пошуку оптимальної стратегії функціонування системи запасів впродовж одного періоду з урахуванням усіх витрат і нечітким трикутним попитом знайдено не було. У даній роботі використано метод дефазифікації, який дозволяє в явному вигляді записати оптимальні розв'язки поставленої задачі.

Основною *метою* даної роботи є побудова одноперіодної моделі системи управління запасами з урахуванням нечіткого попиту. Знайдений алгоритм пошуку оптимальних стратегій може бути використаний при побудові програмного забезпечення для оптимізації закупівель на виробництві за відсутньої історії попередніх продажів.

Розглянемо модель управління запасами, для побудови якої змоделюємо попит як нечітке число.

Основні припущення:

1) очікуваний попит прогнозується на основі моделі Басса (3) з урахуванням суджень експертів;

2) введемо позначення: s – витрати на закупівлю або виробництво одиниці товару за етап; h – витрати на зберігання; p – витрати, пов'язані з недостачею; Q – обсяг одноразового замовлення ресурсу; $p > h$, $p > s$.

Нехай значення попиту на деякий ресурс компанії є трикутним нечітким числом (*рис. 1*) $\tilde{\lambda} = (a, b, c)$, причому $b - a = c - b = \Delta$, де Δ визначається експертом; тут значок «~» – позначення нечіткого числа.

Запишемо функцію витрат на систему управління запасами:

$$\tilde{L}(Q) = sQ + p\max\{0; \tilde{\lambda} - Q\} + h\max\{0; Q - \tilde{\lambda}\}.$$

Оскільки функція витрат залежить від попиту, який є нечітким трикутним числом, то і значення цієї функції також будуть нечіткими числами, але не обов'язково трикутними.

Для розв'язання задачі мінімізації витрат дефазифікуємо методом медіани (англ. – *median method for defuzzification*) [8].

Суть даного методу полягає в тому, що дефазифіковане значення нечіткого числа є точкою, яка лежить на прямій, перпендикулярній осі абсцис, що поділяє навпіл площу під графіком функції належності цього нечіткого числа (*рис. 2*).

У результаті дефазифікації отримаємо дійснозначну функцію витрат на систему управління запасами $L^*(Q)$.

Розглянемо випадки.

1. $a \le Q \le b$. У цьому випадку нечітке число має функцію належності, зображену на *рис. 3.*

Тут $sQ + h(Q - a) < sQ + p(c - Q)$.

Звідки $Q < \dfrac{pc + ah}{p + h}$.

Перейдемо від нечіткого $\tilde{L}(Q)$ до чіткого $L^*(Q)$. Площі фігур, позначені на рис. 3 через S_1 та S_2, дорівнюють відповідно:

$$S_1 = \frac{p(b - Q)}{2} \cdot \frac{\Delta + Q - a}{\Delta}, \quad S_2 = \frac{p\Delta}{2},$$

причому можна довести, що $S_1 < S_2$.

Тоді $L^* \in [sQ + p(b - Q); sQ + p(c - Q)]$.

Тому, згідно з методом медіани, в цій точці виконується умова

$$\frac{1}{2}(sQ + p(c - Q) - L^*) \cdot \frac{sQ + p(c - Q) - L^*}{p\Delta} =$$

$$= \frac{p}{4}\left(\Delta + \frac{(b - Q)(\Delta + Q - a)}{\Delta}\right).$$

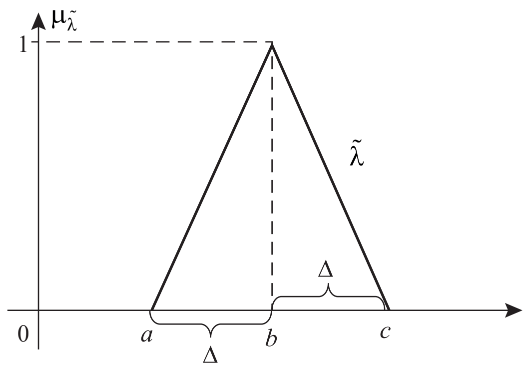

Рис. 1. Функція належності нечіткого числа $\tilde{\lambda} = (a, b, c)$

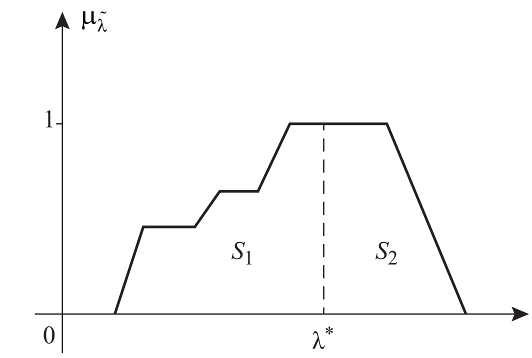

Рис. 2. Ілюстрація методу медіани дефазифікації нечіткого числа $\tilde{\lambda}$

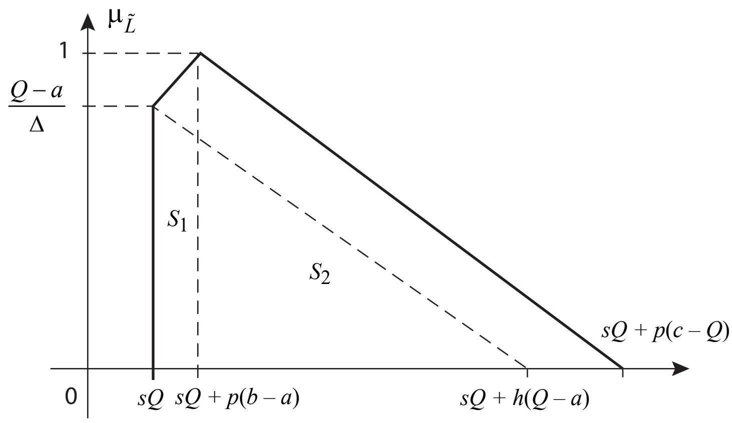

Рис. 3. Функція належності $\tilde{L}(Q)$ **у випадку** $a \le Q \le b$

Звідси чітке значення витрат на систему управління запасами має вигляд:

$$L^* = sQ + p(c-Q) - p\sqrt{\frac{\Delta^2 + (b-Q)(\Delta+Q-a)}{2}}.$$

Розв'яжемо оптимізаційну задачу: $\min\limits_Q L^*(Q)$.

Для цього знайдемо похідні першого та другого порядків функції $L^*(Q)$:

$$\frac{d}{dQ}L^*(Q) = s - p - \frac{p}{\sqrt{2}}\frac{a-Q}{\sqrt{\Delta^2+(b-Q)(\Delta+Q-a)}}, \quad (4)$$

$$\frac{d^2}{dQ^2}L^*(Q) = \frac{p}{\sqrt{2}}\frac{\Delta^2+(b-Q)(\Delta+Q-a)+(a-Q)^2}{\sqrt{(\Delta^2+(b-Q)(\Delta+Q-a))^3}} > 0 \quad \forall Q. \quad (5)$$

Прирівняємо до нуля похідну першого порядку (1). Отримаємо:

$$Q^* = a + \frac{2\Delta(p-s)}{\sqrt{p^2+2(s-p)^2}}. \quad (6)$$

У випадку, що розглядається, повинна виконуватися нерівність $a \le Q^* \le b$. При допустимих значеннях параметрів моделі $Q > a$ завжди. Перевіримо умову $Q^* \le b$, тобто $\frac{2\Delta(p-s)}{\sqrt{p^2+2(s-p)^2}} < \Delta$. Отримаємо:

$$1 < \frac{p}{s} < \sqrt{2}+1. \quad (7)$$

Отже, якщо виконується (7), то $a < Q^* \le b$ і, зважаючи на те, що згідно з (5) цільова функція угнута по Q, оптимальне значення обсягу замовлення обчислюється за формулою (6); мінімальне значення витрат при цьому $\min\limits_Q L^*(Q) = L^*\big|_{Q^*}$.

У протилежному випадку $\left(\frac{p}{s} \ge \sqrt{2}+1\right)$ – виконується нерівність $Q^* > b$, тому з урахуванням (5) $\min\limits_Q L^*(Q) = L^*\big|_b$.

2. $b < Q \le c$. Можливі два випадки:

2.1. Нечітке число $\tilde{L}(Q)$ має функцію належності, зображену на *рис. 4*.

Тут $sQ + h(Q-a) < sQ + p(c-Q)$.

Звідси $b < Q < \frac{pc+ha}{p+h}$.

Дефазифікація витрат $\tilde{L}(Q)$ здійснюється аналогічно до попереднього випадку методом медіани, у результаті чого чітке значення витрат на систему управління запасами має вигляд:

$$L^* = sQ + p(c-Q) - \sqrt{\frac{1}{2}p\left(2h\Delta^2 - h(c-Q)^2 + \frac{pc+ha-(p+h)Q}{p-h}\right)}.$$

Розв'яжемо оптимізаційну задачу: $\min\limits_Q L^*(Q)$.

Для цього знайдемо похідну функції $L^*(Q)$:

$$\frac{d}{dQ}L^*(Q) = s - p - \frac{p\left(2h(c-Q) - \frac{p+h}{p-h}\right)}{4\sqrt{\frac{1}{2}p\left(2h\Delta^2 - h(c-Q)^2 + \frac{pc+ha-(p+h)Q}{p-h}\right)}}.$$

При виконанні умови $2h\sqrt{\Delta(p-h)} - (p+h) > 0$ маємо: $\frac{d}{dQ}L^*(Q) < 0 \quad \forall Q$.

Отже, оптимальне значення обсягу замовлення $Q^* = \frac{pc+ah}{p+h}$; мінімальне значення витрат при цьому $\min\limits_Q L^*(Q) = L^*\big|_{\frac{pc+ah}{p+h}}$.

2.2. Нечітке $\tilde{L}(Q)$ число має функцію належності, зображену на *рис. 5*.

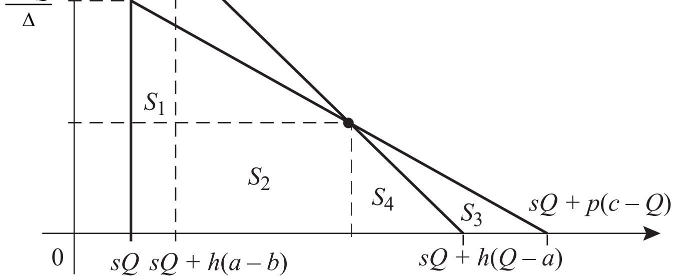

Рис. 4. Функція належності $\tilde{L}(Q)$ у випадку $b < Q \le c$

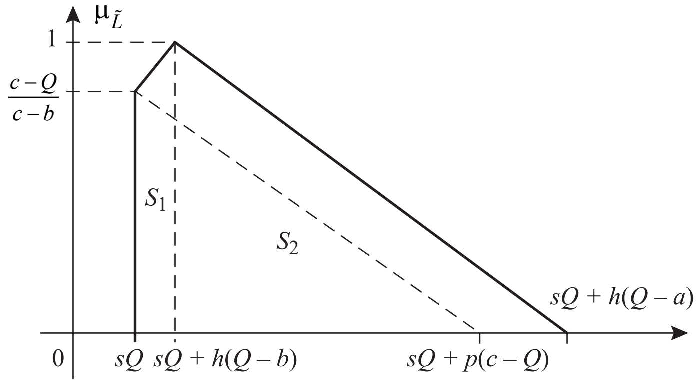

Рис. 5. Функція належності $\tilde{L}(Q)$ у випадку $b < Q \le c$

Тут $sQ + p(c - Q) < sQ + h(Q - a)$.

Звідси $\frac{pc + ah}{p + h} \le Q \le c$.

Дефазифіковане методом медіани значення витрат на систему управління запасами у цьому випадку має вигляд:

$$L^* = sQ - h(c - Q) + \frac{h}{2}\sqrt{2(c - Q)^2 + 4\Delta^2}.$$

Розв'яжемо оптимізаційну задачу: $\min\limits_Q L^*(Q)$.

Для цього знайдемо похідну функції $L^*(Q)$:

$$\frac{d}{dQ}L^*(Q) = s + h - \frac{h(c - Q)}{\sqrt{2(c - Q)^2 + 4\Delta^2}} > 0 \quad \forall Q.$$

Отже, оптимальне значення обсягу замовлення $Q^* = \frac{pc + ah}{p + h}$; мінімальне значення витрат при цьому $\min\limits_Q L^*(Q) = L^*\Big|_{\frac{pc+ah}{p+h}}$.

Враховуючи описані випадки, цільова функція $L^*(Q)$ має такі властивості:

1) є неперервною при $a \le Q \le c$;

2) при $a \le Q \le b$ вона угнута по Q, локального мінімуму досягає в точці $Q^* = a + \frac{2\Delta(p - s)}{\sqrt{p^2 + 2(s - p)^2}}$, якщо $1 < \frac{p}{s} < \sqrt{2} + 1$, і спадна, якщо $\frac{p}{s} \ge \sqrt{2} + 1$;

3) при $b < Q < \frac{pc + ha}{p + h}$ вона спадає;

4) при $\frac{pc + ah}{p + h} \le Q \le c$ вона зростає.

Схематично графік цільової функції зображено на *рис. 6*, *рис. 7*. Як бачимо, у випадку $1 < \frac{p}{s} < \sqrt{2} + 1$ цільова функція набуває глобального мінімуму в одній з двох точок: $Q = a + \frac{2\Delta(p - s)}{\sqrt{p^2 + 2(s - p)^2}}$ або $Q = \frac{pc + ha}{p + h}$; а у випадку $\frac{p}{s} \ge \sqrt{2} + 1$ –

$$\min L^*(Q) = L^*\left(\frac{pc + ha}{p + h}\right).$$

Проілюструємо застосування знайденого алгоритму пошуку оптимальної стратегії функціонування системи запасів на числових прикладах (*табл. 1*).

ВИСНОВКИ

Отже, у роботі побудовано модель управління запасами з нечітким трикутним попитом. Знайдено алгоритм для пошуку оптимальної стратегії функціонування системи запасів впродовж одного періоду з урахуванням усіх витрат і нечітким трикутним попитом. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Bass F. M. A New Product Growth for Model Consumer Durables. *Management Science*. 1969. Vol. 15. No. 5. P. 215–227.

2. Park K. S. Fuzzy-set theoretic interpretation of economic order quantity. *Journal IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*. 1987. Vol. 17. Issue 6. P. 1082–1084.

3. Ishii H., Konno T. A stochastic inventory problem with fuzzy shortage cost. *European Journal of Operational Research*. 1998. Vol. 106. Issue 1. P. 90–94.

4. Yao J.-S., Lee H.-M. Fuzzy inventory with backorder for fuzzy order quantity. *Information Sciences*. 1996. Vol. 93. Issues 3–4. P. 283–319.

5. Yao J.-S., Lee H.-M. Fuzzy inventory with or without backorder for fuzzy order quantity with trapezoid fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*. 1999. Vol. 105. Issue 3. P. 311–337.

6. Chang S.-C. Fuzzy production inventory for fuzzy product quantity with triangular fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*. 1999. Vol. 107. Issue 1. P. 37–57.

7. Kao C., Hsu W.-K. A single-period inventory model with fuzzy demand. *Computers & Mathematics with Applications*. 2002. Vol. 43. Issues 6-7. P. 841–848.

8. Chen S.-M. Evaluating the Rate of Aggregative Risk in Software Development Using Fuzzy Set Theory. *Cybernetics and Systems*. 1999. Vol. 30. Issue 1. P. 57–75.

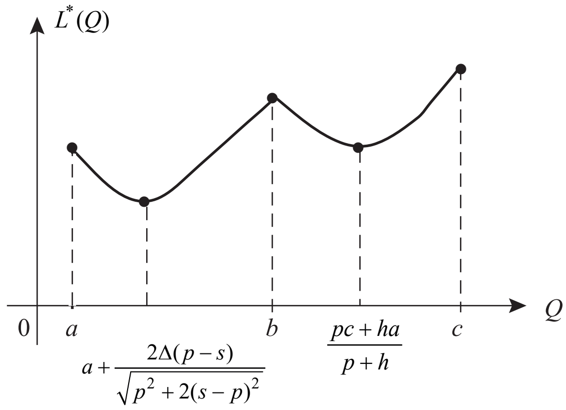

Рис. 6. Схематичний графік $L^*(Q)$ **при** $1<\frac{p}{s}<\sqrt{2}+1$

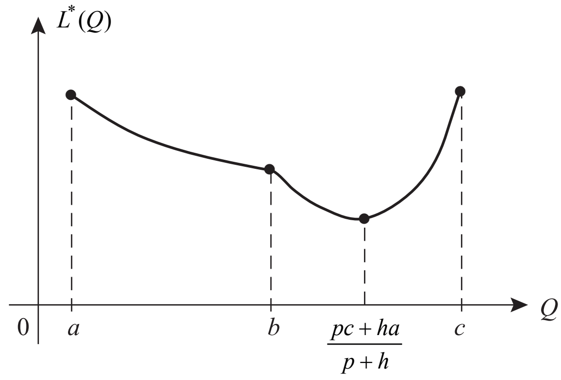

Рис. 7. Схематичний графік $L^*(Q)$ **при** $\frac{p}{s}\geq\sqrt{2}+1$

Таблиця 1

Вхідні параметри моделі	$a=100$ $s=16$ $b=150$ $p=20$ $c=200$ $h=10$	$a=100$ $s=8$ $b=150$ $p=20$ $c=200$ $h=10$
Умова	$\frac{p}{s}=1,25<\sqrt{2}+1$	$\frac{p}{s}=2,5>\sqrt{2}+1$
Проміжні підрахунки	$a+\frac{2\Delta(p-s)}{\sqrt{p^2+2(s-p)^2}}=119,25$ $L^*(119,25)=2560,77$ $\frac{pc+ha}{p+h}=166,67$ $L^*(166,67)=2886,18$	$\frac{pc+ha}{p+h}=166,67$ $L^*(166,67)=1552,82$
Оптимальне значення функції витрат	$\min L^*(Q)=L^*(119,25)=2560,77$	$\min L^*(Q)=L^*(166,67)=1552,82$
Оптимальне значення обсягу замовлення	$Q^*\approx120$	$Q^*\approx167$

REFERENCES

Bass, F. M. "A New Product Growth for Model Consumer Durables". *Management Science*, vol. 15, no. 5 (1969): 215-227.

Chang, S.-C. "Fuzzy production inventory for fuzzy product quantity with triangular fuzzy number". *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 107, no. 1 (1999): 37-57.

Chen, S.-M. "Evaluating the Rate of Aggregative Risk in Software Development Using Fuzzy Set Theory". *Cybernetics and Systems*, vol. 30, no. 1 (1999): 57-75.

Ishii, H., and Konno, T. "A stochastic inventory problem with fuzzy shortage cost". *Journal of Operational Research*, vol. 106, no. 1 (1998): 90-94.

Kao, C., and Hsu, W.-K. "A single-period inventory model with fuzzy demand". *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 43, no. 6-7 (2002): 841-848.

Park, K. S. "Fuzzy-set theoretic interpretation of economic order quantity". *Journal IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics,* vol. 17, no. 6 (1987): 1082-1084.

Yao, J.-S., and Lee, H.-M. "Fuzzy inventory with backorder for fuzzy order quantity". *Information Sciences*, vol. 93, no. 3-4 (1996): 283-319.

Yao, J.-S., and Lee, H.-M. "Fuzzy inventory with or without backorder for fuzzy order quantity with trapezoid fuzzy number". *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 105, no. 3 (1999): 311-337.