

# МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ НЕДЕРЖАВНОГО ПЕНСІЙНОГО ФОНДУ

© 2016 РЕШЕТНЯК О. І.

УДК 336.467.471

## Решетняк О. І. Моделювання оптимального інвестиційного портфеля недержавного пенсійного фонду

Метою статті є розробка рекомендацій, спрямованих на формування оптимального інвестиційного портфеля недержавного пенсійного фонду відповідно до критерію мінімального рівня ризику, визначеного на основі інструментарію теорії нечітких множин. Запропоновано метод оцінки ризику інвестування в цінні папери, що враховує тільки лівосторонній ризик на підставі нечітких множин, і моделі для цього розрахунку. Знаходження оптимальної структури інвестиційного портфеля рекомендується звести до вирішення математичної задачі лінійного програмування, де функцією цілі буде виступати мінімізація ризику портфеля залежно від його структури та системи заданих обмежень відповідно до встановлених для портфеля недержавного пенсійного фонду напрямків інвестиційних вкладень. Запропонована модель характеризується тим, що обмеження складають законодавчо встановлені види фінансових інструментів і наявність ліміту інвестування, а цільова функція мінімізує рівень ризику, визначений на основі нечітких множин.

**Ключові слова:** оптимальний інвестиційний портфель, ризик цінних паперів, структура портфеля, нечітка множина.

**Рис.:** 2. **Табл.:** 3. **Формул.:** 4. **Бібл.:** 11.

**Решетняк Олена Іванівна** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри економіки підприємства, Харківський гуманітарний університет «Народна українська академія» (вул. Лермонтовська, 27, Харків, 61000, Україна)

**E-mail:** reshetele@yandex.ru

УДК 336.467.471

UDC 336.467.471

## Решетняк Е. И. Моделирование оптимального инвестиционного портфеля негосударственного пенсионного фонда

Целью статьи является разработка рекомендаций, направленных на формирование оптимального инвестиционного портфеля негосударственного пенсионного фонда в соответствии с критерием минимального уровня риска, определенного на основе инструментария теории нечетких множеств. Предложены метод оценки риска инвестирования в ценные бумаги, который учитывает только левосторонний риск на основании нечетких множеств, и модели для расчета уровня риска. Нахождение оптимальной структуры инвестиционного портфеля рекомендуется свести к решению математической задачи линейного программирования, где функцией цели выступает минимизация риска портфеля в зависимости от его структуры и системы заданных ограничений в соответствии с установленными для портфеля негосударственного пенсионного фонда направлениями инвестиционных вложений. Предложенная модель характеризуется тем, что ограничения составляют законодательно установленные виды финансовых инструментов и наличие лимита инвестирования, а целевая функция минимизирует уровень риска, определенного на основе нечетких множеств.

**Ключевые слова:** оптимальный инвестиционный портфель, риск ценных бумаг, структура портфеля, нечеткое множество.

**Рис.:** 2. **Табл.:** 3. **Формул.:** 4. **Библ.:** 11.

**Решетняк Елена Ивановна** – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры экономики предприятия, Харьковский гуманитарный университет «Народная украинская академия» (ул. Лермонтовская, 27, Харьков, 61000, Украина)

**E-mail:** reshetele@yandex.ru

## Reshetnyak O. I. Modeling the Optimal Investment Portfolio for a Non-State Pension Fund

The article is aimed at elaborating recommendations directed towards forming the optimal investment portfolio for a non-State pension fund, in accordance with the criterion of the minimum level of risk, determined on the basis of the fuzzy sets theory instrumentarium. A method for evaluating the risk of investing in securities has been proposed, which makes allowance only for the left-hand risks based on fuzzy sets, and models for estimation of the level of risk. Finding the optimal structure of investment portfolio is recommended to reduce down to solving a mathematical task of linear programming, where the target function will be minimizing the portfolio risk depending on its structure and the system of the limits established, in accordance with the directions of investment defined for the portfolio of a private pension fund. Characterizing the proposed model can be specified, that restrictions are comprised of the legally established types of financial tools and the availability of investment limit, while the target function minimizes the risk level determined on the basis of fuzzy sets.

**Keywords:** optimal investment portfolio, risk of securities, portfolio structure, fuzzy set.

**Fig.:** 2. **Tbl.:** 3. **Formulae:** 4. **Bibl.:** 11.

**Reshetnyak Olena I.** – PhD (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Enterprise Economics, Kharkiv University of Humanities (27 Lermontovska Str., Kharkiv, 61000, Ukraine)

**E-mail:** reshetele@yandex.ru

За статистичними даними, в Україні на початок 2016 р. проживає 12,1 млн осіб пенсійного віку, що становить 28,5% від усіх 42,5 млн осіб, що проживають в Україні. Сьогодні на 10 працюючих українців припадає 9 пенсіонерів [1]. А за оцінками експертів, уже до 2050 р. кількість населення працездатного віку знизиться до 14,4 млн осіб. Середня пенсія, яку отримують українські пенсіонери, становить 1427 грн, тобто сучасний рівень загальнообов'язкового соціального страхування в Україні не забезпечує гідного життя для громадян похилого віку.

Для того, щоб у пенсійному віці отримувати достатній для нормального життя дохід, у багатьох краї-

нах населення починає відкривати свої особисті пенсійні рахунки ще на початку свого трудового стажу. Розмір особистої пенсії залежить від тривалості накопичення та регулярності поповнення пенсійного рахунку [1]. В Україні також існує можливість формування недержавного пенсійного забезпечення, тобто можуть функціонувати недержавні пенсійні фонди (НПФ) – некомерційні організації соціального забезпечення. Однак для того, щоб пенсіонер міг отримувати гідний дохід після закінчення трудової діяльності, гроші, які вкладаються в такі фонди, повинні бути інвестовані. Виникає проблема, пов'язана із забезпеченням достатнього рівня доходу інвестиційних портфелів НПФ, який би забезпечував

для пенсіонерів гідну старість, а також низький рівень ризику, пов'язаний з його формуванням.

Законодавчо вводяться обмеження на структуру інвестиційних портфелів НПФ, тобто, при розгляді його можливих напрямів інвестування можуть бути сформовані такі активи: банківські депозити й ощадні сертифікати не більше 40%; іпотечні цінні папери не більше 40%; банківські метали не більше 10%; облігації резидентів України не більше 40%; цінні папери нерезидентів максимум 20%; акції резидентів України не більше 40%; цінні папери та облігації місцевих позик не більш 20%; цінні папери одного емітента (за винятком цінних паперів, гарантованих Кабінетом Міністрів України) не більше 5% [2].

Метою статті є розробка рекомендацій, спрямованих на формування оптимального інвестиційного портфеля недержавного пенсійного фонду відповідно до критерію мінімального рівня ризику, визначеного на основі інструментарію теорії нечітких множин.

**З**авдання, що виникають при формуванні структури інвестиційного портфеля, зокрема цінних паперів, та виборі перспективних об'єктів інвестування, широко висвітлені в зарубіжній і вітчизняній літературі. Розробкою цих завдань займалися провідні вчені західної Європи, США, Японії, серед яких Дуань Лі [3], Г. Марковіц [4], М. Міллер, Х. Конно [5], Ю. Симаан [6], В. Шарп [7], а в числі вітчизняних учених, що пропонують використання кількісних методів у фінансовій сфері: Бланк І. А., Карагодова О. А., Клебанова Т. С., Кизим М. О. [8], Лукашин Ю. П., Черняк О. І. та ін. З огляду на складність досліджуваної проблеми велика кількість питань залишається невирішеними. Зокрема, оцінки рівня ризику оптимального інвестиційного портфеля.

У зв'язку з цим може бути сформульована і вирішена математична задача, пов'язана з побудовою моделі оптимального інвестиційного портфеля НПФ з урахуванням діючих обмежень по структурі, рівню очікуваного доходу, що мінімізує рівень ризику для вкладників до недержавного пенсійного фонду. Саме мінімізація рівня ризику є найбільш важливим критерієм вкладів в умовах високо ступеня невизначеності та можливої збитковості вітчизняних підприємств і банків. Саме збереження вкладів при формуванні недержавного пенсійного фонду може послужити основною метою для громадян України при забезпеченні свого майбутнього на пенсії.

Як зазначалося раніше, основними заходами ризику фінансового активу (цінного паперу) є показники стандартного відхилення (волатильність) і дисперсія його прибутковості, які говорять про ступінь можливо-го розкиду фактичної доходності навколо його середньої (очікуваної) прибутковості. Дані показники визначаються на основі минулих статистичних даних прибутковості активів і відображають відхилення як у більшу, так і в меншу сторону. Така оцінка ризику при формуванні портфеля цінних паперів не є вірною, оскільки збільшення рівня прибутковості в порівнянні з очікуваним (середньої) прибутковістю цінного папера також розглядається як негативний фактор [2–9].

Уникнути такого ризику можна на підставі використання теорії нечітких множин при оцінці рівня ризику цінних паперів [10; 11].

Прибутковість цінних паперів ( $d$ ) може змінюватися в часі  $t$ . Вивчення зміни прибутковості цінних паперів у часі можуть дозволити за аналізований період визначити максимальну прибутковість, яку забезпечували вкладення в даний вид цінних паперів ( $d_{max}$ ), мінімальну прибутковість ( $d_{min}$ ) і середню прибутковість ( $d_{cp}$ ). У результаті отримуємо трикутне нечітке значення показника прибутковості ( $d_{max}, d_{cp}, d_{min}$ ). На *рис. 1* представлені можливі значення функції приналежності  $\xi$  трикутного нечіткого значення показника прибутковості ( $d_{max}, d_{cp}, d_{min}$ ).

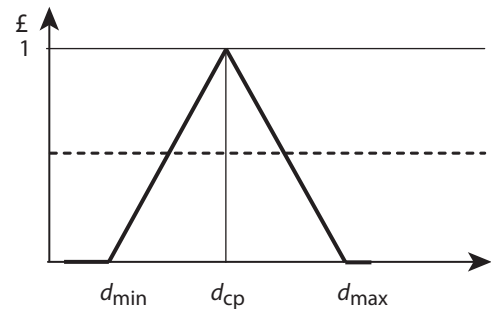


Рис. 1а)

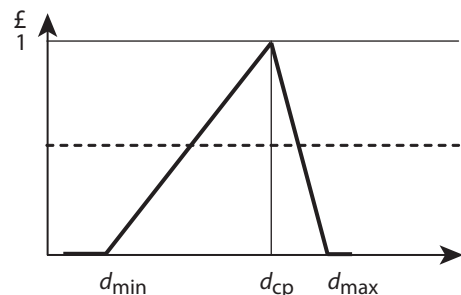


Рис. 1б)

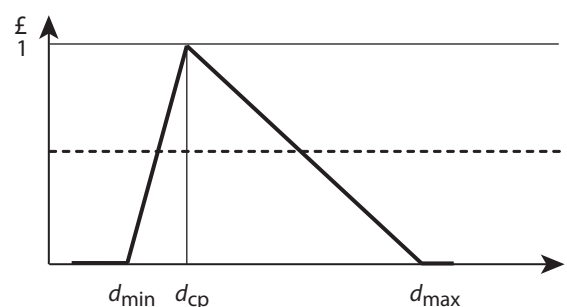


Рис. 1в)

**Р**озглянемо це більш детально. Оскільки результат розрахунку прибутковості по кожній аналізованому цінному папері являє собою трикутне непарне число, то при співвідношенні його з критерієм ефективності  $W$  (де  $W$  – чіткий критерій ефективності для інвестора, тобто критерій, нижче якого вкладення в цінний папір вважається не вигідним) утворюється чотири можливі випадки (*рис. 2*), у кожному з яких ступінь ризику буде визначатися індивідуально.

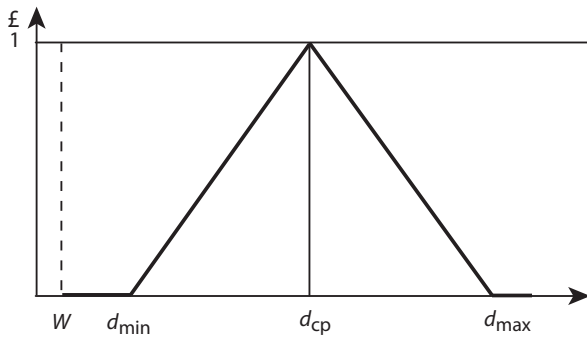


Рис. 2а).  $W < d_{\min}$

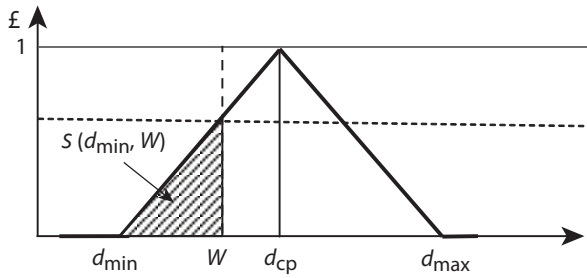


Рис. 2б).  $d_{\min} < W < d_{cp}$

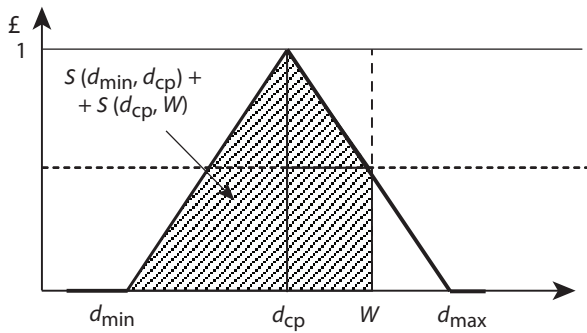


Рис. 2в).  $d_{cp} < W < d_{\max}$

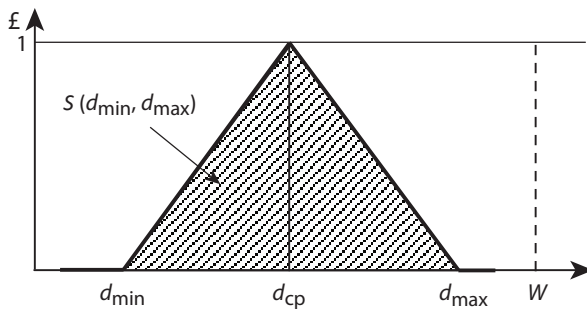


Рис. 2г).  $d_{\max} < W$

У випадку а) (див. рис. 2а), коли  $W < d_{\min}$ , весь отриманий діапазон значень дохідностей цінних паперів однозначно більше оціночного критерію  $W$ . Це говорить про те, що ризик повністю відсутній, отже, позначимо ступінь ризику як  $r = 0$ .

У випадку б) (див. рис. 2б), коли  $d_{\min} < W < d_{cp}$ , ступінь ризику  $r$  буде визначатися як геометрична ймовірність попадання в область неефективних інвестицій, тобто в зону між точками  $d_{\min}$  і  $W$ . Геометрична ймовірність може бути виражена як відношення площі зони

неефективності до загальної площі зони отриманих значень прибутковості цінного паперу.

У випадку в) (див. рис. 2в), коли  $d_{cp} < W < d_{\max}$ , ступінь ризику  $r$  буде визначатися діленням суми площ  $S(d_{\min}, d_{cp}) + S(d_{cp}, W)$  – площа області неефективних інвестицій на  $S(d_{\min}, d_{\max})$  – площа області можливих значень доходностей аналізованої цінного папера.

У випадку г) (див. рис. 2г), коли  $d_{\max} < W$ , весь отриманий діапазон значень прибутковості аналізованої цінного папера однозначно менше оціночного критерію  $W$ . Це говорить про те, що ризик такого проекту становить 100%, тобто  $r = 1$ .

У підсумку, для всіх описаних випадків може бути записана така система рішень, яка значною мірою спрощує механізм розрахунку ризиків інвестування в цінні папери:

$$r = \begin{cases} 0, & \text{при } W \leq d_{\min} \\ \frac{(d_{cp} - W) \cdot (d_{cp} - W)}{(d_{cp} - d_{\min}) \cdot (d_{cp} - W)}, & \text{при } d_{\min} < W < d_{cp} \\ \frac{(d_{\max} - d_{\min})}{(d_{\max} - d_{\min})}, & \text{при } d_{cp} < W < d_{\max} \\ 1 - \frac{\left( \frac{(d_{\max} - W) \cdot (d_{\max} - W)}{(d_{\max} - d_{cp}) \cdot (d_{\max} - W)} \right)}{(d_{\max} - d_{\min})}, & \text{при } d_{cp} < W < d_{\max} \\ 1, & \text{при } d_{\max} \leq W \end{cases} \quad (1)$$

Таким чином, може бути здійснений розрахунок ризику інвестування в певний цінний папір.

**З**авдання оптимізації структури портфеля цінних паперів недержавного пенсійного фонду може бути вирішена за допомогою інструментарію завдань лінійного програмування.

Завдання лінійного програмування – це, як правило, завдання про оптимальне використання обмежених ресурсів. У даному випадку обмеження складають: законодавчо встановлені види фінансових інструментів і наявність ліміту інвестування, а цільовою функцією є мінімізація рівня ризику.

Законодавчо запроваджено обмеження на структуру інвестиційних портфелів НПФ, тобто, при розгляді його можливих напрямів інвестування можуть бути сформовані такі безлічі потенційних об'єктів інвестування:

- ✦ банківські депозити й ощадні сертифікати  $D_p$ , не більше 40%;  $i = 1, 2, 3...$
- ✦ іпотечні цінні папери  $U_p$ , не більше 40%;  $j = 1, 2, 3...$
- ✦ банківські метали  $F_k$ , не більше 10%;  $k = 1, 2, 3...$
- ✦ облігації резидентів України  $O_\alpha$ , не більше 40%;  $\alpha = 1, 2, 3...$
- ✦ цінні папери нерезидентів  $C_\beta$ , не більше 20%;  $\beta = 1, 2, 3...$
- ✦ акції резидентів України  $A_\gamma$ , не більше 40%;  $\gamma = 1, 2, 3...$
- ✦ цінні папери та облігації місцевих позик  $M_\mu$ , не більше 20%;  $\mu = 1, 2, 3...$
- ✦ цінні папери одного емітента не більше 5%.

Кожен вид цінного папера може бути охарактеризований  $d_{cp}$  – середньою прибутковістю,  $l$  – рівнем ліквідності активу і  $r$  – рівнем ризику інвестування в певний цінний папір (визначеним на підставі теорії нечітких множин),  $x$  – частка коштів недержавного пенсійного фонду, що інвестуються в даний вид цінних паперів.

Ліквідність кожного цінного папера визначається за такою формулою:

$$l = \left( \frac{V}{\bar{V}} \right) \cdot \left( \frac{T}{\bar{T}} \right), \quad (2)$$

де  $V$  – середньоденний обсяг торгів по аналізованому цінному паперу;

$\bar{V}$  – середньоденний обсяг торгів по всіх аналізованих цінних паперах за конкретний період;

$T$  – середня кількість угод за певний період по аналізованому цінному паперу;

$\bar{T}$  – середня кількість угод за певний період за всіма цінними паперами.

Середня прибутковість по аналізованих цінних паперах визначається як математичне очікування рівня прибутковості за певний період.

Так, безліч  $D_i$  описується  $(d_{cp_i}, l_p, r_i)$ ,  $U_j$  описується  $(d_{cp_j}, l_p, r_j)$ ,  $F_k$  описується  $(d_{cp_k}, l_k, r_k)$ ,  $O_\alpha$  описується  $(d_{cp_\alpha}, l_\alpha, r_\alpha)$ ,  $C_\beta$  описується  $(d_{cp_\beta}, l_\beta, r_\beta)$ ,  $A_\gamma$  описується  $(d_{cp_\gamma}, l_\gamma, r_\gamma)$ ,  $M_\mu$  описується  $(d_{cp_\mu}, l_\mu, r_\mu)$ .

Якщо через  $x$  позначити частку коштів, інвестованих у певний інвестиційний актив (цінний папір), а через  $r$  – рівень ризику інвестування в певний цінний папір (визначену на підставі теорії нечітких множин), то функція мети може бути представлена таким чином:

$$R = \sum_i x_i \cdot r_i + \sum_j x_j \cdot r_j + \sum_k x_k \cdot r_k + \sum_i x_\alpha \cdot r_\alpha + \sum_i x_\beta \cdot r_\beta + \sum_\gamma x_\gamma \cdot r_\gamma + \sum_\mu x_\mu \cdot r_\mu \rightarrow \min. \quad (3)$$

Обмеження визначаються заданим рівнем мінімальної допустимої прибутковості  $W$ , яку повинен забезпечувати кожен цінний папір, що включається в портфель, і весь портфель в цілому, заданим рівнем ліквідності портфеля  $L$ , а також обмеженнями в структурі портфеля, які визначені законодавством за кожним видом активів.

Таким чином, система обмежень буде така:

$$\begin{aligned} \sum_i x_i + \sum_j x_j + \sum_k x_k + \sum_i x_\alpha + \sum_i x_\beta + \sum_\gamma x_\gamma + \sum_\mu x_\mu &= 1 \\ \sum_i x_i &\leq 0,4 \\ \sum_j x_j &\leq 0,4 \\ \sum_k x_k &\leq 0,1 \\ \sum_i x_\alpha &\leq 0,4 \\ \sum_i x_\beta &\leq 0,2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sum_\gamma x_\gamma \leq 0,4$$

$$\sum_\mu x_\mu \leq 0,2$$

$$x_i \leq 0,05, x_j \leq 0,05, x_k \leq 0,05, x_\alpha \leq 0,05,$$

$$x_\beta \leq 0,05, x_\gamma \leq 0,05, x_\mu \leq 0,05$$

$$R = \sum_i x_i \cdot l_i + \sum_j x_j \cdot l_j + \sum_k x_k \cdot l_k + \sum_i x_\alpha \cdot l_\alpha +$$

$$+ \sum_i x_\beta \cdot l_\beta + \sum_\gamma x_\gamma \cdot l_\gamma + \sum_\mu x_\mu \cdot l_\mu \geq L$$

$$R = \sum_i x_i \cdot d_i + \sum_j x_j \cdot d_j + \sum_k x_k \cdot d_k + \sum_i x_\alpha \cdot d_\alpha +$$

$$+ \sum_i x_\beta \cdot d_\beta + \sum_\gamma x_\gamma \cdot d_\gamma + \sum_\mu x_\mu \cdot d_\mu \geq W$$

$$x_i \geq 0, x_j \geq 0, x_k \geq 0, x_\alpha \geq 0, x_\beta \geq 0, x_\gamma \geq 0, x_\mu \geq 0.$$

На підставі запропонованої моделі може бути здійснено моделювання оптимального інвестиційного портфеля недержавного пенсійного фонду. Для цього необхідно проаналізувати ринок цінних паперів України, а також зарубіжні ринки цінних паперів з метою формування списку потенційних об'єктів інвестування.

Здійснимо реалізацію запропонованого методу визначення рівня ризику об'єктів інвестування недержавного пенсійного фонду.

На підставі формули (1), запропонованої автором роботи, було здійснено розрахунок рівня ризику за статистичними даними, які характеризують прибутковість цінного папера за декілька періодів (у розрахунку було досліджено 12 періодів) та їх ліквідності. Результати розрахунку представлено в *табл. 1*.

На підставі функцій мети, запропонованих автором (формула (3)) і обмежень (формула (4)), здійснено розрахунок оптимально структури інвестиційного портфеля НПФ. Розрахунок оптимізаційних задач, які зводяться до задач лінійного програмування, був здійснений за допомогою табличного процесора Microsoft Excel і пакета «Пошук рішення».

Проведені розрахунки дали можливість сформулювати портфель цінних паперів, який має оптимальну структуру за критерієм мінімального ризику. Рівень ризику його дорівнює 0,026 (досить низький рівень ризику отримання прибутковості менше, ніж 14% річних). Сформований портфель дасть можливість отримати середню прибутковість на рівні 18,37%, і ліквідність портфеля буде дорівнювати 0,52.

Результати проведених розрахунків дозволили сформулювати оптимальну структуру портфеля, яка наведена в *табл. 2*.

У результаті розрахунків в інвестиційний портфель НПФ рекомендується включити цінні папери компаній, представлених у *табл. 3*.



## Рівень ризику аналізованих цінних паперів

Найменування емітента цінних паперів	Ризик (r)	Найменування емітента цінних паперів	Ризик (r)
Креді Агріколь Банк (Credit Agricole, Франція)	0,641	MICROSOFT	0
Кредобанк (PKO Bank Polska, Польща)	0,378	BHP BILLITON	0
Райффайзен банк Аваль (RaiffeisenBank, Австрія)	0,5485	Persian Oil Company	0
Укрсиббанк (BNP Paribas Group, Франція)	0,527	APPLE	0
Укрексімбанк (державний)	0,374	CHINA CONSTRUCTION BANK	0
Ощадбанк (державою гарантується збереженість 100% вкладів)	0,2415	Центренерго	0,34
Укрсоцбанк (UniCredit Group, Італія)	0,409	Укрнафта	0,114
Альфа-Банк (ABN Holdings, Люксембург, РФ)	0,311	Мотор Січ	0
ПроКредит Банк (Pro Credit Bank, Німеччина)	0,504	Укртелеком	0
Іпотечні облигації ВАТ АБ «Укргазбанк»	1	Волиньобленерго	0
Іпотечні облигації «Ощадбанку»	1	АвтоКрАЗ	0,309
Іпотечні облигації «Приват Банку»	1	Алчевський металургійний комбінат	0
Іпотечні облигації «Житлобуду-1»	1	ФАРМАК	0,775
Золото	0	Турбоатом	0
Срібло	1	Богдан Моторс	0
Платина	0,89	Донбасенерго	0,272
Паладій	1	Концерн «Стирол»	0,16
Державні українські облигації	0	Облігації Києва	1
ING Commercial Banking Україна	0	Облігації Львова	1
Indspeed	0	Облігації Одеси	1
АБ «Південний»	0	Облігації Харкова	1
Амстор	0		
Агра	0		

Таблиця 2

Закінчення табл. 3

## Оптимальна структура портфеля НПФ

Найменування групи	Частка в портфелі
Банківські депозити та ощадні сертифікати $D_i$	0,05
Іпотечні цінні папери $U_j$	0,00
Банківські метали $F_k$	0,05
Облігації резидентів України $O_\alpha$	0,30
Цінні папери нерезидентів $C_\beta$	0,20
Акції резидентів України $A_\gamma$	0,40
Цінні папери та облигації місцевих позик $M_\mu$	0,00

Таблиця 3

## Перелік компаній, цінні папери яких рекомендується включити в інвестиційний портфель НПФ

Найменування	X (частка в структурі)
1	2
Ощадбанк (державою гарантується збереженість 100% вкладів)	0,050
Золото	0,050

1	2
Державні українські облигації	0,050
ING Commercial Banking Україна	0,050
Indspeed	0,050
АБ «Південний»	0,050
Амстор	0,050
Агра	0,050
MICROSOFT	0,040
BHP BILLITON	0,040
Persian Oil Company	0,040
APPLE	0,040
CHINA CONSTRUCTION BANK	0,040
Укрнафта	0,050
Мотор Січ	0,050
Укртелеком	0,050
Волиньобленерго	0,050
Алчевський металургійний комбінат	0,050
Турбоатом	0,050
Богдан Моторс	0,050
Концерн «Стирол»	0,050

## ВИСНОВКИ

Результати проведених розрахунків дозволили сформулювати оптимальну структуру портфеля, який включає 5% банківських депозитів і ощадних сертифікатів; 5% банківських металів; 30% облігацій резидентів України; 20% цінних паперів нерезидентів і 40% акцій резидентів України.

Таким чином, на підставі проведених розрахунків можна підтвердити актуальність запропонованих моделей для розрахунку рівня ризику та оптимізації інвестиційного портфеля НПФ. ■

## ЛІТЕРАТУРА

1. Середній розмір місячної пенсії та кількість пенсіонерів. URL: [http://www.ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2007/sz/sz\\_u/srp\\_07rik\\_u.html](http://www.ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2007/sz/sz_u/srp_07rik_u.html)
2. Закон України «Про недержавне пенсійне забезпечення» № 1057-15 (у редакції від 20.07.2014 р.). URL: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/1057-15>
3. Duan Li, Wan-lung Ng, Optimal Dynamic Portfolio Selection: Multi-Period Mean-Variance Formulation. *Mathematical Finance*. 2000. Vol. 10, No. 3. P. 387–406.
4. Markowitz H. M. Portfolio Selection. *Journal of Finance*. 1952. Vol. 7, No. 1. P. 77–91.
5. Konno H., Yamazaki H. Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*. 1991. Vol. 37, No. 5. P. 519–531.
6. Simaan Yu. Estimation Risk in Portfolio Selection: The Mean Variance Model versus the Mean Absolute Deviation Model. *Management Science*. 1997. Vol. 43, No. 10. P. 1437–1446.
7. Шарп У. Ф., Александер Г. Дж., Бэйли Дж. В. Инвестиции/пер. с англ. Москва: ИНФРА-М, 1997. 1028 с.
8. Инвестиционный портфель коммерческого банка: монография/Клебанова Т. С., Решетняк Е. И., Раевнева Е. В. и др. Харьков: Изд-во «Бизнес Информ», 2000. 144 с.
9. Решетняк Е. И. Формирование инвестиционного портфеля: монография. Харьков: Изд-во НУА, 2000. 172 с.
10. Недосекин А. О. Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами. *Аудит и финансовый анализ*. 2000. № 2. URL: <http://www.cfin.ru/press/afa/2000-2/08.shtml>
11. Skorospelov D. Нечеткие множества для четких выводов. Управление компанией. 2005. № 5. URL: <http://www.cfin.ru/press/zhuk/2005-5/13.shtml>

## REFERENCES

- Duan Li, and Wan-lung, Ng. "Optimal Dynamic Portfolio Selection: Multi-Period Mean-Variance Formulation". *Mathematical Finance*. Vol. 10, no. 3 (2000): 387-406.
- Konno, H., and Yamazaki, H. "Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market". *Management Science*. Vol. 37, no. 5 (1991): 519-531.
- Klebanova, T. S. *Investitsionnyy portfel kommercheskogo banka* [The investment portfolio of a commercial Bank]. Kharkiv: Izd-vo «Biznes Inform», 2000.
- [Legal Act of Ukraine] (2014). <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/1057-15>
- Markowitz, H. M. "Portfolio Selection". *Journal of Finance*. Vol. 7, no. 1 (1952): 77-91.
- Nedosekin, A. O. "Primeneniye teorii nechetkikh mnozhestv k zadacham upravleniya finansami" [Application of fuzzy set theory to the tasks of financial management]. *Audit i finansovyy analiz*. <http://www.cfin.ru/press/afa/2000-2/08.shtml>
- Reshetnyak, Ye. I. *Formirovaniye investitsionnogo portfelya* [Formation of investment portfolio]. Kharkiv: Izd-vo NUA, 2000.
- "Serednii rozmir misiachnoi pensii ta kilkist pensioneriv" [The average size of monthly pension and number of pensioners]. [http://www.ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2007/sz/sz\\_u/srp\\_07rik\\_u.html](http://www.ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2007/sz/sz_u/srp_07rik_u.html)
- Sharp, U. F., Aleksander, G. Dzh., and Beyli, Dzh. V. *Investitsii* [Investment]. Moscow: INFRA-M, 1997.
- Simaan, Yu. "Estimation Risk in Portfolio Selection: The Mean Variance Model versus the Mean Absolute Deviation Model". *Management Science*. Vol. 43, no. 10 (1997): 1437-1446.
- Skorospelov, D. "Nechetkiye mnozhestva dlya chetkikh vyvodov" [Fuzzy sets for clear conclusions]. *Upravleniye kompaniyey*. <http://www.cfin.ru/press/zhuk/2005-5/13.shtml>