

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РАЦІОНАЛЬНОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ

© 2015 ІВАНОВ Р. В.

УДК 330.42: 519.7

Іванов Р. В. Узагальнена математична модель раціональної економічної поведінки

Основною метою роботи є побудова економіко-математичної моделі поведінки економічного агента, схильного до самоорганізації. З урахуванням раціональності економічної поведінки побудована динамічна модель, у якій мотиваційним фактором обране відхилення дійсного стану від бажаного, що супроводжується виникненням деякої величини «бажання...». Запропонована у формі системи диференціальних рівнянь у частинних похідних модель представлена як у просторі розміщень, так і в просторі станів, що дозволяє досліджувати соціально-економічні процеси, властиві постіндустріальній економіці й економіці знань. При цьому, використані в просторі станів полярні координати дозволяють оцінити не тільки кількісні, але і якісні показники. Отримано рівняння збереження загальної мотивації як баланс мотивацій, «що примушує» і «що компенсує», сума яких при процесі, що встановився (стаціонарному, з установленою динамікою й т. п.) без екзогенного впливу залишається постійною величиною.

Ключові слова: економічна поведінка, мотивація, рівняння збереження ресурсів, рівняння збереження мотивації.

Рис.: 1. **Формул:** 11. **Бібл.:** 11.

Іванов Роман Вячеславович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, Дніпропетровський національний університет ім. О. Гончара (вул. Наукова, 13, Дніпропетровськ, 49050, Україна)

E-mail: roman_ivanov07@mail.ru

УДК 330.42: 519.7

UDC 330.42: 519.7

Іванов Р. В. Обобщенная математическая модель рационального экономического поведения

Основной целью работы является построение экономико-математической модели поведения экономического агента, склонного к самоорганизации. С учетом рациональности экономического поведения построена динамическая модель, в которой в качестве мотивационного фактора выбрано отклонение действительного состояния от желаемого, что сопровождается возникновением некоторой величины «желания...». Предложенная в форме системы дифференциальных уравнений в частных производных модель представлена как в пространстве размещений, так и в пространстве состояний, что позволяет исследовать социально-экономические процессы, свойственные постиндустриальной экономике и экономике знаний. При этом, использованные в пространстве состояний полярные координаты позволяют оценить не только количественные, но и качественные показатели. Получено уравнение сохранения общей мотивации как баланс «принуждающей» и «компенсирующей» мотиваций, сумма которых при установившемся процессе (стационарном, с установившейся динамикой и т. п.) без экзогенного влияния остается постоянной величиной.

Ключевые слова: экономическое поведение, мотивация, уравнение сохранения ресурсов, уравнение сохранения мотивации.

Рис.: 1. **Формул:** 11. **Библ.:** 11.

Іванов Роман Вячеславович – кандидат фізико-математических наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, Дніпропетровський національний університет ім. О. Гончара (ул. Научная, 13, Дніпропетровськ, 49050, Україна)

E-mail: roman_ivanov07@mail.ru

Ivanov R. V. A Generalized Mathematical Model of Rational Economic Behavior

The main purpose of the publication is to build an economical-mathematical model of behavior of economic agent, prone to self-organization. Taking into consideration rationality of economic behavior, a dynamic model has been built, in which as a motivational factor deviation from the valid status towards the desired status has been allocated, which is accompanied by occurrence of a certain value of «desiring...». The model, proposed in the form of a system of partial-derivative equations, is presented as in space of locations so in the space of statuses, providing to explore the socio-economic processes inherent in the postindustrial economy and the knowledge-based economy. At the same time, polar coordinates used in the space of statuses provide to evaluate not only quantitative, but also qualitative indicators. An equation of preservation of overall motivation has been derived as the balance of «coercive» and «compensating» motivations, sum of which remains constant in a stable process (stationary, with the established dynamics, etc.) and without exogenous influence.

Keywords: economic behavior, motivation, equation of preservation of resources, equation of preservation of motivation.

Fig.: 1. **Formulae:** 11. **Bibl.:** 11.

Ivanov Roman V. – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Economic Cybernetics, Dnipropetrovsk National University named after O. Honchar (vul. Naukova, 13, Dnipropetrovsk, 49050, Ukraine)

E-mail: roman_ivanov07@mail.ru

З агострення загальнолюдських глобальних проблем викликає зростання обізнаної необхідності координації дій по їх вирішенню, визначення оптимальних варіантів тактичного та стратегічного розвитку, що базуються на врахуванні інтересів особистості, суспільства, держави, високої ефективності праці та якості життя [1].

Беззаперечно, що ефективне запровадження заходів щодо покращення економічного стану держави неможливо без дослідження відносин між суб'єктами господарювання, їх економічної поведінки, дослідження якої значно активізувалися протягом останніх років.

При цьому увагу дослідників зосереджено на економічній поведінці таких економічних агентів, як домогосподарства, фірми, державні органи на різних ринках,

які є місцем реалізації видів, мотивів, особливостей економічної поведінки, що набуває особливої гостроти та актуальності в умовах перманентних ринкових трансформацій [2].

Саме це зумовлює значимість й актуальність дослідження особливостей економічної поведінки, напрямів її оптимізації згідно із загальною метою сталого якісного розвитку національної економіки, зростання добробуту населення та задоволення його потреб.

Питання щодо економічної поведінки в останні роки знаходяться у центрі уваги багатьох вітчизняних фахівців, зокрема, О. Ватаманюка, Л. Демедюк, Т. Кізіми, Е. Лібанової, М. Литвак, І. Ломачинської, В. Мандибури, Л. Миргородської, С. Панчишина, Д. Тюпи, О. Шаманської та ін.

Але результати більшості зі згаданих робіт або мають суто теоретико-економічну спрямованість, або базуються на статистичному аналізі даних і соціометричних дослідженнях і не містять строго формалізованого зв'язку між вихідними даними та висновками [1], у той час як одним з головних інструментів дослідження властивостей об'єктів, систем і процесів, зокрема економічних, можна вважати процедуру моделювання структури, поведінки, ендогенної або екзогенної взаємодії зазначених одиниць під впливом факторів різної природи [3].

Квінтесенцією розвитку методів математичного моделювання в останні десятиліття можна вважати зростання міждисциплінарних і проблемноорієнтованих форм досліджень, об'єктами яких найчастіше стають системи, що характеризуються відкритістю та саморозвитком [4].

Детальний аналіз цієї тези дозволив авторам [1] висунути гіпотезу про те, що теорія диференціальних рівнянь – це найбільш зручний та ефективний інструментарій дослідження поведінкової динаміки економічних агентів не лише на етапі побудови моделі, але й на стадії проведення обчислювальних експериментів. Вдалими прикладами застосування якісного аналізу моделей економічної поведінки у формі систем звичайних диференціальних рівнянь

$$\dot{x}_i = F_i(x_1, x_2, \dots, x_n, t), \quad (i = \overline{1; n}), \quad (1)$$

де x_i – деяка кількісна характеристика соціально-економічного агента, що бере участь у процесі, можна вважати роботи [5–7] та багато ін.

Але, на нашу думку, певним недоліком такого підходу є необхідність встановлення детальних структурних зв'язків між показниками з метою побудови коректних форм залежностей типу (1), що інколи значно ускладнює задачу або унеможлиблює її розв'язок у запропонованій формі.

Питання ж можливості застосування якісної теорії систем диференціальних рівнянь у частинних похідних, яка б дала можливість представляти властивості розв'язків, не розв'язуючи самі рівняння, також є проблемним і до кінця не вивченим [8].

У роботі [3] було встановлено ізоморфний зв'язок між стоком (джерелом) і точкою споживання (виробництва), що дало підстави для введення понять «економічне джерело» та «економічний стік», а також запропоновано концептуальну модель замкненої економічної системи у вигляді комбінації економічного джерела та економічного стоку з однаковими за модулем інтенсивностями, що відповідає економічній поведінці в умовах автаркції та отримало назву – «економічний диполь». Але строгого математичного опису зазначена процедура не отримала.

Метою представленої роботи є перехід від концептуальної моделі, побудованої на основі феноменологічного припущення про ізоморфний зв'язок між окремими поведінковими процесами соціально-економічних агентів з певними фізичними явищами, до економіко-математичного аналогу.

Нехай в деякому двовимірному просторі (на обмеженій площині) неперервно розподілені однорідні

ресурси, необхідні для життєзабезпечення або, інакше кажучи, повноцінного функціонування соціально-економічного суб'єкта або системи (під однорідністю у даному випадку маємо на увазі однорідну «суміш» різноманітних компонентів; просторові координати можуть відображати як розташування суб'єкта, так і його стан).

Відносно розподілених у просторі ресурсів зробимо припущення, що в елементарній його частині кількість ресурсів зберігається незмінною, що забезпечується перманентним процесом заміщення використаних однорідних ресурсів та супроводжується їх відповідним рухом. Відзначимо, що зазначений факт є іманентною характеристикою замкненої економічної системи.

У цьому випадку виконання правила «збереження ресурсів» забезпечується рівнянням

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} V = 0, \quad (2)$$

де ρ – густина розподілу ресурсів (кількість ресурсів на одиницю простору, на одну людину тощо); V – швидкість, з якою ресурси переміщуються у просторі; div – диференціальний оператор, який перетворює векторне поле у скалярне. Рівняння (2) будемо називати «рівняння збереження ресурсів», яке не характеризує ресурси як «нескінченні» або «невичерпані», а лише показує, що вони завжди мають бути розподілені, навіть із нескінченно малою густиною.

Традиційно економічна теорія розглядає економічну поведінку під кутом раціональності. При цьому, раціональна економічна поведінка визначається як ефективне (хоча й необов'язково оптимальне) використання наявних ресурсів для досягнення поставлених цілей [9].

Згідно з цією концепцією у попередніх дослідженнях [3] автором було обґрунтовано тезу про те, що ендогенною причиною переміщення ресурсів є величина «бажання...» економічного агента M , яка у випадку споживання може приймати лише недовідні значення, а у випадку виробництва – лише невід'ємні значення. При цьому, ресурси переміщуються від області з більшим (з урахуванням абсолютної величини та додатності-від'ємності) до області з меншим «бажанням...». Тобто, їх рух спрямований на задоволення наявних потреб («бажання...» споживати або використовувати) за рахунок наявних можливостей («бажання» виробляти або пропонувати).

Так, у процесі життєдіяльності домогосподарства первинним мотиватором є намагання задоволення потреб для підтримки життєдіяльності (споживання), що спонукає використовувати власний людський капітал для «організації» потоку необхідних ресурсів, а першочерговим мотиватором функціонування підприємства є створення товарів та послуг (виробництво).

Тобто, зміна абсолютної величини та напрямку вектору швидкості руху ресурсів є протилежною напрямку збільшення «бажанням...». При цьому, чим більше густина розподілених навколо ресурсів, тим менше необхідність значних переміщень, тобто – менше зміна швидкості. Це означає, що зміна швидкості є обернено пропорційною до величини густини розподілених ресурсів.

Таким чином, математична модель динаміки досліджуваного процесу може бути представлена у вигляді рівняння:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } M, \quad (3)$$

де оператор «градієнт» визначає напрямок збільшення мотиваційного фактору «бажання...».

У випадку існування додаткових екзогенних факторів рівняння (3) запишеться у формі:

$$\frac{dV}{dt} = F - \frac{1}{\rho} \text{grad } M, \quad (4)$$

де F – безрозмірна векторна величина зовнішнього впливу в розрахунку до одиниці матеріального обсягу ресурсів.

Таким чином, систему рівнянь (2), (4) можна вважати математичною моделлю досліджуваного процесу.

У випадку незмінного у часі та просторі розподілу ресурсів, густину якого будемо вважати деякою безрозмірною одиничною величиною, рівняння (2) спрощується до вигляду

$$\text{div} V = 0, \quad (5)$$

а рівняння (4) набуває форми

$$\frac{dV}{dt} = F - \text{grad } M. \quad (6)$$

У рівняннях (5), (6) безрозмірні величини V , M у загальному випадку є функціями, що залежать від просторових змінних та часу t .

Розглянемо ситуацію, в якій досліджуваній двовимірний простір є не простором розміщення, а простором станів соціально-економічного агента (системи). Для цього доцільно перейти від декартової системи координат (x, y) до полярної, які, як відомо, пов'язані між собою рівностями

$$x = r \cos \theta; \quad y = r \sin \theta.$$

Нехай економічна система знаходиться в деякому стані, який описується двома характеристиками (координатами). Оберемо систему координат так, що початок відліку $(0; 0)$ співпадає з цією точкою у просторі станів.

Для простору станів у полярній системі координат введемо такі умови:

1) координата r називається «кількісною»; її значення відповідає величині відхилення від існуючого стану, тобто від точки $(0; 0)$;

2) координата θ називається «якісною»; її значення характеризує позитивність-негативність (покращення-погіршення) стану при відхиленні на величину r від точки $(0; 0)$.

Проілюструємо графічно зазначені положення (рис. 1).

На рис. 1 точки O ; A ; B ; C ; D ; E відповідають окремим станам системи. Початок координат т. O є точкою рівноваги. Відрізки OA , OB , OC рівні ($OA = OB = OC$), тобто відхилення від стану рівноваги для відповідних станів є однаковим. При цьому, для т. B відхилення є максимально «позитивним» (покращення стану), у т. A «позитивність» дещо зменшується, а в т. C характеризується максимальною «негативністю» (погіршення стану) відносно досліджуваної множини станів.

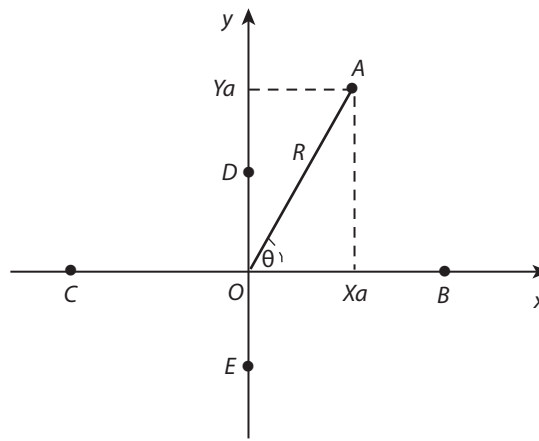


Рис. 1. Двовимірний простір станів

Відрізки OD і OE також рівні, але розташування точок D і E на осі відповідає нейтральному впливу на загальний якісний стан системи.

Доцільно припустити, що рівень позитивності-негативності (покращення-погіршення) визначається величиною $\cos \theta$. Адже $\cos \theta = 1$ (точки, розташовані в додатному напрямку осі Ox ; наприклад, т. B), $\cos \pi = -1$ (точки, розташовані у від'ємному напрямку осі Ox ; наприклад, т. C), $\cos \frac{\pi}{2} = \cos \frac{3\pi}{2} = 0$ (точки, розташовані на осі Oy ; наприклад, т. D і т. E).

Подібна тригонометрична залежність характеризує простір як вісесиметричний, тобто точки (стани), розташовані симетрично відносно осі Ox , є еквівалентними з точки зору кількісного та якісного відхилення від початку відліку.

Отже, у полярних координатах $(r; \theta)$ система (6) набуває форми

$$\begin{cases} \frac{v_r}{t} + v_r \frac{v_r}{r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{v_r}{\theta} - \frac{v_\theta^2}{r} = F_r - \frac{M}{r}, \\ \frac{v_\theta}{t} + v_r \frac{v_\theta}{r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{v_\theta}{\theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} = F_\theta - \frac{1}{r} \frac{M}{\theta}, \end{cases} \quad (7)$$

а рівняння «збереження ресурсів» (5)

$$\frac{r v_r}{r} + \frac{v_\theta}{\theta} = 0. \quad (8)$$

Тобто, для визначення динаміки системи необхідно сумісно розв'язати рівняння (7), (8), які містять як невідомі функції $v_r(r, \theta)$, $v_\theta(r, \theta)$, $M(r, \theta)$ при відомих значеннях екзогенного впливу F_r , F_θ .

У своїх попередніх дослідженнях на підставі феноменологічного підходу до вивчення економічної поведінки автором представленої роботи були запропоновані такі поняття, як «економічне джерело», «економічний стік» та «економічний диполь» [3].

Розвиток запропонованої концепції слід вбачати в тому, що побудована у вигляді системи (7), (8) ґрунтовна поведінкова модель є аналогічною до рівнянь динаміки суцільного середовища [10], що є підставою для застосування відповідних наявних методик задля подаль-

ших досліджень особливостей економічної поведінки соціально-економічних агентів.

Зокрема, з огляду на форму рівняння (8), можна говорити, що існує така функція $\Psi(r, \theta)$, що

$$v_r = \pm \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{d\Psi}{d\theta}; \quad v_\theta = \pm \frac{1}{r \sin \theta} \frac{d\Psi}{dr}. \quad (9)$$

Вибір верхніх або нижніх знаків є довільним та здійснюється на основі додаткових умов.

Підстановка форм (9) у рівняння (8) природньо перетворює останнє на тотожність, а задача зводиться до системи (7), яка містить дві невідомі функції $\Psi(r, \theta)$ та $M(r, \theta)$.

Функцію $\Psi(r, \theta)$, з огляду на [10], будемо називати «функцією руху» адже геометрично вона відображає так звані «лінії течії», які при усталеному русі співпадають з траєкторіями, що дозволяє визначити топологію відповідних перетворень, у нашому випадку, в просторі станів.

Якщо досліджуваний процес є усталеним і таким, що відбувається або при відсутності екзогенних факторів, або при їх трансформації в ендогенні (внутрішня мотивація), то має місце умова $F_r = F_\theta = 0$, а система (7) за допомогою елементарних перетворень зводиться до одного рівняння

$$M(r, \theta) + \frac{V^2}{2} = M_0, \quad (10)$$

де

$$V = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}, \quad (11)$$

а M_0 – стала величина, яка характеризує мотиваційну величину «бажання...» у стані спокою (задоволення). Так, для домогосподарства задоволення потреб характеризується величиною $M_0 = 0$, а стратегія розвитку бізнес-структури супроводжується значеннями $M_0 \geq 0$.

Рівняння (10) описує зв'язок між полем швидкості матеріального руху та полем мотивації. При цьому перший доданок у рівнянні (10) будемо називати «змушуваним», а другий – «компенсуючим».

ВИСНОВКИ

У роботі розглянуто задачу кругообігу розподілених у просторі ресурсів, який супроводжується перманентним процесом їх заміщення або відтворювання.

Запропонований підхід передбачає аналітичне визначення векторного поля швидкості змін, які відбуваються у просторі. Це, своєю чергою, дозволяє використовувати відповідні диференціальні оператори.

Застосування цього алгоритму з огляду на раціональність економічної поведінки дозволили побудувати динамічну модель (2), (4), в якій як мотиваційний фактор обрано відхилення дійсного стану соціально-економічного агента від бажаного. Модель узгоджується з принципом граничної корисності (У. С. Джевонс, К. Менгер і Л. Вальрас) [11].

Запропонована модель представлена як у просторі розміщення, так і у просторі станів. При цьому, засто-

совані в просторі стану полярні координати дозволяють оцінити не лише кількісні, а й якісні показники.

Уведення простору станів дозволяє досліджувати соціально-економічні процеси, притаманні постіндустріальній економіці та економіці знань, в умовах яких на перше місце замість територіальних характеристик у географічних координатах виходять дані про їх соціально-економічний стан.

Застосування запропонованого раніше феноменологічного підходу дозволило ввести у розгляд «функцію руху» ресурсів, яка, як відзначалося вище, повністю відображає геометричну структуру процесу, тобто є ефективним інструментом якісного та, як наслідок, кількісного аналізу.

Підстановка в систему (7), (8) значень компонент швидкості (9) дозволила отримати рівняння (10), яке автор пропонує інтерпретувати як «рівняння збереження загальної мотивації» для стаціонарних процесів, які відбуваються при відсутності зовнішнього макроекономічного впливу.

Трансдисциплінарність отриманих результатів підтверджується тим, що побудована у вигляді системи (2), (4) поведінкова модель є аналогічною до рівнянь динаміки суцільного середовища та рівняння неперервності середовища, а рівняння (10) є аналогом рівняння збереження енергії [10].

Отримані результати є логічним та, на нашу думку, коректним розвитком авторської концепції, яка базується на трансцендентальному методі пізнання.

Напрямки подальших досліджень вбачаємо в застосуванні побудованої моделі у вивченні поведінкових стратегій соціально-економічних агентів та розширенні й використанні побудованої моделі за рахунок урахування ефективності застосування ресурсів у процесі заміщення-відтворення. ■

ЛІТЕРАТУРА

- Іванов Р. В.** Щодо моделювання економічної поведінки домогосподарств як відкритої соціально-економічної системи / Р. В. Іванов // Бізнес Інформ. – 2014. – № 2. – С. 111–115.
- Колодрубська Н. В.** Інституціональні зміни та їхній вплив на економічну поведінку суб'єктів господарювання / Н. В. Колодрубська // Актуальні проблеми економіки. – 2011. – № 1(115). – С. 16–25.
- Іванов Р. В.** Концептуальна модель економічної поведінки домогосподарства в умовах самозабезпечення / Р. В. Іванов // Бізнес Інформ. – 2015. – № 10. – С. 137–141.
- Буданов В. Г.** Синергетическая парадигма. Синергетика образования / В. Г. Буданов. – М.: Прогресс-Традиция, 2007. – С. 174–209.
- Огліх В. В.** Моделювання динаміки розвитку ринку праці за наявності зв'язків між працівниками / В. В. Огліх, Н. М. Заславська // Вісник ДНУ. – 2009. – Т. 17, № 10 (1). – С. 121–128.
- Іванов Р. В.** Моделювання раціональної дохідної поведінки домогосподарства / Р. В. Іванов // Економічний простір. – 2014. – № 81. – С. 64–73.
- Милованов В. П.** Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация / В. П. Милованов. – М.: Эдиториал, 2001. – 264 с.

8. Малинецкий Г. Г. Математические основы синергетики / Г. Г. Малинецкий. – М. : Ком-Книга, 2005. – 312 с.

9. Лопатников Л. И. Экономико-математический словарь : словарь современной экономической науки / Л. И. Лопатников. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Дело, 2003. – 520 с.

10. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М. : Наука, 2003. – 846 с.

11. Можайкина Н. В. Методологическая основа исследования домохозяйств / Н. В. Можайкина // Вісник міжнародного слов'янського університету. – Харків, 2008. – Т. 11, № 1. – С. 45–49.

REFERENCES

Budanov, V. G. *Sinergeticheskaya paradigma. Sinergetika obrazovaniya* [Synergetic paradigm. Synergetics education]. Moscow: Progress-Traditsiia, 2007.

Ivanov, R. V. "Kontseptualna model ekonomichnoi povedinky domohospodarstva v umovakh samozabezpechennia" [Conceptual model of economic behavior of household in terms of self-sufficiency]. *Biznes Inform*, no. 10 (2015): 137-141.

Ivanov, R. V. "Shchodo modeliuvannia ekonomichnoi povedinky domohospodarstv yak vidkrytoi sotsialno-ekonomichnoi systemy" [As for modeling economic behavior of households as open socio-economic system]. *Biznes Inform*, no. 2 (2014): 111-115.

Ivanov, R. V. "Modeliuvannia ratsionalnoi dokhidnoi povedinky domohospodarstva" [Modeling the behavior of a rational income households]. *Ekonomichnyi prostir*, no. 81 (2014): 64-73.

Kolodrubaska, N. V. "Instytutsionalni zminy ta yikhniy vplyv na ekonomichnu povedinku subiektiv hospodariuvannia" [Institutional changes and their impact on the behavior of economic entities]. *Aktualni problemy ekonomiky*, no. 1(115) (2011): 16-25.

Lopatnikov, L. I. *Ekonomiko-matematicheskii slovar : slovar sovremennoy ekonomicheskoy nauki* [Economics and Mathematics Dictionary: Dictionary of modern economic science]. Moscow: Delo, 2003.

Loysianskiy, L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Mechanics]. Moscow: Nauka, 2003.

Malinetskiy, G. G. *Matematicheskie osnovy sinergetiki* [Mathematical Foundations of Synergetics]. Moscow: Kom-Kniga, 2005.

Milovanov, V. P. *Neravnovesnye sotsialno-ekonomicheskie sistemy: sinergetika i samoorganizatsiya* [Nonequilibrium socio-economic systems: synergy and self-organization]. Moscow: Editorial, 2001.

Mozhaykina, N. V. "Metodologicheskaya osnova issledovaniya domokhozyaystv" [Methodological basis of household survey]. *Visnyk mizhnarodnoho slovianskoho universytetu*, vol. 11, no. 1: 45-49.

Ohlikh, V. V., and Zaslavska, N. M. "Modeliuvannia dynamiky rozvytku rynku pratsi za naiavnosti zviazkiv mizh pratsivnykamy" [The modeling of the dynamics of the labor market if relations between employees]. *Visnyk DNU*, vol. 17, no. 10(1) (2009): 121-128.