

# ДЕТЕРМИНИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© 2014 РЕВЕНКО Д. С., ЛЫБА В. А., ГОРЯЧЕВА К. И.

УДК 005.12

## Ревенко Д. С., Лыба В. А., Горячева К. И. Детерминированное моделирование устойчивости динамических социально-экономических систем

В статье рассмотрены подходы к детерминированному моделированию устойчивости социально-экономических систем. Указано, что формализованные подходы к моделированию и жесткий математический аппарат привлекает все больше исследователей в области экономики в плане применения детерминированных методов к анализу устойчивости социально-экономических систем в контексте динамики их развития. Проведен анализ сложностей, которые возникают при моделировании социально-экономических систем, рассмотрены основные положения концепций функционирования этих систем. Дано определение устойчивости социально-экономической системы. В качестве метода анализа устойчивости социально-экономической системы предложен метод, основанный на анализе корней характеристического уравнения, получаемого путем линеаризации и перехода к нормальной форме Коши системы нелинейных дифференциальных уравнений, которые описывают динамику поведения социально-экономической системы.

**Ключевые слова:** устойчивость, динамическая система, социально-экономическая система, детерминированные модели

**Рис.:** 1. **Формул:** 4. **Библ.:** 8.

**Ревенко Даниил Сергеевич** – кандидат экономических наук, старший преподаватель, кафедра экономики и маркетинга, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» (ул. Чкалова, 17, Харьков, 61070, Украина)

**E-mail:** revenko\_dan@ukr.net

**Лыба Василий Алексеевич** – аспирант, кафедра экономики и маркетинга, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» (ул. Чкалова, 17, Харьков, 61070, Украина)

**E-mail:** bllb@ukr.net

**Горячева Ксения Игоревна** – магистрант, кафедра экономики и маркетинга, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» (ул. Чкалова, 17, Харьков, 61070, Украина)

**E-mail:** kstna809580147@gmail.com

УДК 005.12

UDC 005.12

## Ревенко Д. С., Лыба В. А., Горячева К. И. Детерміноване моделювання стійкості динамічних соціально-економічних систем

У статті розглянуто підходи до детермінованого моделювання стійкості соціально-економічних систем. Указано, що формалізовані підходи до моделювання і жорсткий математичний апарат приваблює все більше дослідників у галузі економіки щодо застосування детермінованих методів до аналізу стійкості соціально-економічних систем у контексті динаміки їх розвитку. Проведено аналіз складностей, які виникають при моделюванні соціально-економічних систем, розглянуто основні положення концепцій функціонування цих систем. Подано визначення стійкості соціально-економічної системи. Як метод аналізу стійкості соціально-економічної системи запропоновано метод, який ґрунтується на аналізі коренів характеристичного рівняння, одержаного шляхом лінеаризації та переходу до нормальної форми Коші системи нелінійних диференціальних рівнянь, котрі описують динаміку поведінки соціально-економічної системи.

**Ключові слова:** стійкість, динамічна система, соціально-економічна система, детерміновані моделі.

**Рис.:** 1. **Формул:** 4. **Бібл.:** 8.

**Ревенко Даниїл Сергійович** – кандидат економічних наук, старший викладач, кафедра економіки та маркетингу, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» (вул. Чкалова, 17, Харків, 61070, Україна)

**E-mail:** revenko\_dan@ukr.net

**Лыба Василь Олександрович** – аспірант, кафедра економіки та маркетингу, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» (вул. Чкалова, 17, Харків, 61070, Україна)

**E-mail:** bllb@ukr.net

**Горячева Ксенія Ігорівна** – магістрант, кафедра економіки та маркетингу, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» (вул. Чкалова, 17, Харків, 61070, Україна)

**E-mail:** kstna809580147@gmail.com

## Revenko Daniil S., Lyba Vasyl O., Horiacheva Kseniia I. Deterministic Simulation of Sustainability of Dynamic Socio-economic Systems

The article considers approaches to deterministic simulation of sustainability of socio-economic systems. It notes that formalised approaches to modelling and strict mathematical mechanism attracts more and more researchers in the field of economy in the context of application of deterministic methods to analysis of sustainability of socio-economic systems in the context of dynamics of their development. The article analyses difficulties that arise in the process of modelling socio-economic systems, considers main provisions of concepts of functioning of these systems. It defines sustainability of the socio-economic system. It offers a method of analysis of sustainability of the socio-economic system based on analysis of roots of a characteristic equation obtained through linearisation and transition to the normal Cauchy form of the system of non-linear differential equations, which describe dynamics of behaviour of the socio-economic system.

**Key words:** sustainability, dynamic system, socio-economic system, deterministic models.

**Pic.:** 1. **Formulae:** 4. **Bibl.:** 8.

**Revenko Daniil S.** – Candidate of Sciences (Economics), Senior Lecturer, Department of Economics and Marketing, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute» named after M. Ye. Zhukovskiy (vul. Chkalova, 17, Kharkiv, 61070, Ukraine)

**E-mail:** revenko\_dan@ukr.net

**Lyba Vasyl O.** – Postgraduate Student, Department of Economics and Marketing, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute» named after M. Ye. Zhukovskiy (vul. Chkalova, 17, Kharkiv, 61070, Ukraine)

**E-mail:** bllb@ukr.net

**Horiacheva Kseniia I.** – Graduate Student, Department of Economics and Marketing, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute» named after M. Ye. Zhukovskiy (vul. Chkalova, 17, Kharkiv, 61070, Ukraine)

**E-mail:** kstna809580147@gmail.com

**Н**а данный момент исследователи все больше внимания уделяет вопросам управления социально-экономическими системами для формирования механизмов устойчивого экономического развития.

В теоретико-методическом плане особо актуальными становятся вопросы выбора моделей и методов оценивания устойчивости социально-экономических систем в контексте динамики их развития.

Основной вклад в моделирование экономической устойчивости функционирования социально-экономических систем внесли такие ученые, как О. В. Арефьева, И. В. Брянцева, В. А. Гросул, А. С. Звягин, О. В. Зеткина, Н. А. Кизим, В. Н. Ковалевич, Г. В. Козаченко, Е. В. Кондратьева, Л. А. Костырко, В. Н. Кочетков, В. С. Криворотов, В. А. Медведев, Р. В. Михайлюк, Б. В. Прыкин, Л. Н. Сергеева, Е. А. Слабинский, С. А. Тхор, Р. Брейли, К. Джеймс Ван Хорн, Э. Хелферт и др. Следует заметить, что в настоящее время исследователи занимаются экспертным моделированием статических состояний устойчивости социально-экономических систем, а детерминированному моделированию уделяется недостаточно внимания.

Детерминированное моделирование устойчивости динамических систем берет свое начало от общей теории автоматического управления. Именно формализованные подходы к моделированию, жесткий математический аппарат привлекают все больше ученых в области экономики применять его к исследованию устойчивости социально-экономических систем в контексте динамики их развития.

Целью статьи является разработка метода, основанного на детерминированных подходах к моделированию, который бы позволял оценивать устойчивость динамики социально-экономической системы.

Любая система под воздействием внешних и внутренних воздействий изменяет свое состояние во времени. Динамической системой называют совокупность взаимодействующих компонент, в которых протекающие процессы определяются начальными состояниями этих компонент, взаимосвязями между ними и приложенными к системе воздействиями. Состояние динамической системы во времени и пространстве характеризуется переменными, принимающими в каждый момент времени определенные числовые значения [1].

Социально-экономические системы представляют собой частный случай сложных динамических систем и характеризуются большим количеством элементов, их неоднородностью и структурным разнообразием. Между компонентами существуют связи, выраженные упорядоченными потоками рабочей силы, материалов, энергии, информации и финансовых ресурсов. Внутренняя сложность социально-экономических систем определяется сложностью множественного числа внутренних связей, которые потенциально оцениваются по проявлениям систем и сложностью управления ими. Внешняя сложность определяется сложностью взаимоотношений экономической системы с внешней средой, то есть совокупностью всех объектов, изменение свойств которых влияет на систему, а также тех объектов, чьи свойства изменяются в результате ее функционирования (эволюции, жизнедеятельности) [2].

При моделировании социально-экономической системы могут возникать следующие типы сложностей:

- ✦ *структурная* (не достаточно ресурсов для разработки, моделирования структуры экономики);

- ✦ *динамическая* (не достаточно ресурсов для характеристики динамики поведения системы и управления ее траекторией);
- ✦ *информационно-логическая* (не достаточно ресурсов для информационно-логического моделирования системы);
- ✦ *вычислительная* (не достаточно ресурсов либо сложный расчет параметров и прогноза состояния экономической системы).

В современной экономической литературе обсуждается и активно разрабатывается новая концепция функционирования сложных социально-экономических систем, основные положения которой можно сформулировать в следующем виде:

- ✦ динамика системы имеет детерминированный характер;
- ✦ динамика изменения системы не имеет цели, которая явно сформулирована и осмыслена;
- ✦ процессы внутри системы носят синергетический характер;
- ✦ функционирующая, следовательно, жизнеспособная и в определенном смысле оптимальная система, в отсутствие внешних возмущающих факторов характеризуется собственным сложным динамическим поведением;
- ✦ разнообразие динамических характеристик в поведении системы не обязательно обусловлено сложностью ее структуры, комплекс процессов можно описывать динамическими моделями с небольшим числом переменных на основе нелинейных дифференциальных уравнений [3].

**П**ри моделировании динамики социально-экономических систем необходимо учитывать, во-первых, общие закономерности системы: целостность, интегративность, коммуникативность и иерархичность, а во-вторых, понятия, которые характеризуют функционирование и развитие системы, а именно состояние, поведение, равновесие, устойчивость, развитие [4].

Под устойчивостью социально-экономической системы будем понимать ее способность сохранять прежнее состояние, описанное системой параметров, и противостоять дестабилизирующим воздействиям факторов и изменений внешней среды и внутренним трансформациям самой системы, а также умение адаптироваться к этим изменениям, сохраняя при этом свой устойчивый потенциал, целостность структуры системы и движение в пространстве в долгосрочной перспективе [5].

При моделировании устойчивости социально-экономических систем следует выделять экстенсивные и интенсивные факторы устойчивости, определяемые воспроизводственными характеристиками самой системы. При моделировании экономических систем исследователи различают два типа устойчивости: адаптивная устойчивость и устойчивость замещения. В основе адаптивной устойчивости лежат механизмы компенсаторных характеристик внутренних или внешних возмущающих факторов. Устойчивость замещения или отложенная устойчивость обозначает наличие возможности системы уйти от воздействия дестабилизирующих факторов и, в некоторых случаях, не иметь соответствующих компенсаторных механизмов. Данное поведение может иметь пространственный или динамический (временной) характер.

Обратим внимание на следующие положения, вытекающие из приведенных определений устойчивости системы [1]:

1. Об устойчивости системы (ее равновесия или невозмущенного движения) судят по характеру развивающихся возмущенных движений.

2. Размер области начальных возмущений (отклонений) системы зависит от заданной области ее допустимых отклонений.

3. Отклонения системы ограничиваются условием  $|q_k(t)| < \varepsilon$ ,  $k = \overline{1, n}$  на бесконечном интервале времени.

4. Для устойчивости системы не требуется, чтобы система после начальных возмущений снова возвращалась в свое прежнее состояние (равновесия или невозмущенного движения). Необходимо только, чтобы возмущенное движение происходило внутри области допустимых отклонений.

5. Механический смысл определения устойчивости состоит в характеристике прочности и сопротивляемости движения, действующего на систему возмущениям.

**Н**а этапе разработки и исследования социально-экономической системы получают ее математическое описание. Оно может быть представлено в качестве аналитического (с помощью уравнений), графического (с помощью структурных схем и графиков) и табличного. Для получения математического описания системы часто составляют описание ее отдельных составных элементов. В частности, для составления общего уравнения системы формируют уравнения для каждого входящего в нее элемента или процесса. Совокупность всех уравнений элементов и дают уравнения системы.

В зависимости от цели исследования математическая модель одной и той же системы может быть разной. Обычно полезно начинать исследование с простейшей модели, а затем постепенно ее усложнять с тем, чтобы учесть дополнительные явления и связи, которые на начальном этапе не были учтены как несущественные. Во многих социально-экономических системах процессы описываются дифференциальными, разностными, дифференциально-разностными, интегральными и интегро-дифференциальными уравнениями.

В данной статье будем рассматривать математические модели систем, которые могут быть описаны обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Как правило, социально-экономические системы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, решение которых представляет большие трудности. Чтобы избежать этого, прибегают к их линейзации, т.е. заменяют исходные нелинейные уравнения линейными, приближенно описывающими процессы в системе. Такой процесс преобразования называют линейризацией [6].

Достаточным условием возможности проведения линейзации математической модели элемента системы или системы в целом является отсутствие разрывных неоднозначных функций. Линейзация нелинейной аналитической функции основана на положении, что непрерывная и имеющая все производные в окрестности некоторой (рабочей) точки функция может быть разложена в ряд Тейлора по степеням малых отклонений аргумента:

$$y(u) = y_0(u_0) + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)_0 \Delta u + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}\right)_0 \Delta u^2 + \dots \quad (1)$$

Если при этом отклонения аргумента  $\Delta u$  достаточно малы, то можно ограничиться первыми линейными членами разложения и рассматривать вместо нелинейной функции  $y = f(u)$  линейную, отпуская символ  $\Delta$ , имеем

$$y \cong y_0 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)_0 u = y_0 + ku, \quad (2)$$

где  $y_0$  – начальные условия параметров системы.

Полученные в результате линейзации уравнения называются уравнениями первого приближения, а математическая модель – линейризованной.

После линейзации уравнений системы приводим их к нормальной форме Коши, вследствие чего имеем квадратную матрицу  $A$  коэффициентов изменения, отражающих динамику.

На следующем этапе получаем характеристическое уравнения матрицы  $A$ :

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где  $E$  – единичная матрица, а  $\lambda$  – действительное переменное. Относительно переменного  $\lambda$  этот определитель является многочленом степени  $n$  и может быть записан в виде

$$\chi_A(\lambda) = \det(A - \lambda E) = \sum_{k=0}^n (-1)^k d_k \lambda^k, \quad (4)$$

где множители  $(-1)^k$  введены для удобства.

Многочлен  $\chi_A(\lambda) = \det(A - \lambda E)$  называют характеристическим многочленом матрицы  $A$ , а уравнение  $\chi_A(\lambda) = 0$  – характеристическим уравнением матрицы  $A$ .

**П**осле получения характеристического уравнения (4) приступаем к исследованию характеристического уравнения на устойчивость. Исследование характеристического уравнения на устойчивость обозначает вычисление корней ( $p_i$ ) этого уравнения и их последующий анализ.

Корни могут быть либо вещественными, либо парно комплексно сопряженными. Исходя из расположения на комплексной плоскости, корни с отрицательными вещественными частями называются левыми, с положительными – правыми (рис. 1).

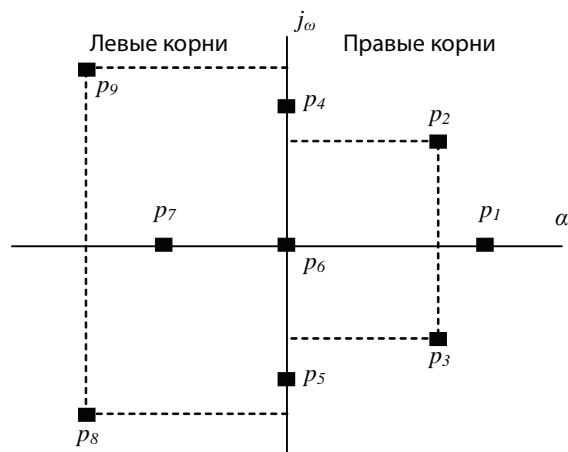


Рис. 1. Определение положения корней характеристического уравнения

Условие устойчивости социально-экономической системы можно сформулировать следующим образом: чтобы система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все корни ее характеристического уравнения были левыми. Если хотя бы один корень правый, система неустойчива. Если один из корней равен нулю (в системах, где  $a_{11} = 0$ ), а остальные – левые, система находится на границе апериодической устойчивости. Если равны нулю вещественные части одной или нескольких пар комплексно сопряженных корней, система находится на границе колебательной устойчивости [1].

Конечно, если корни характеристического уравнения определены, то можно сразу говорить об устойчивости системы. Однако для уравнений высшего порядка определение корней связано с громоздкими вычислениями и требуют значительных программных и человеческих ресурсов. Сложность таких уравнений возрастает с повышением степени уравнения. В то же время установление факта устойчивости системы совершенно не нуждается в определении значений корней, а достаточно только выяснить, находятся все они в левой полуплоскости или нет. В связи с этим была поставлена следующая задача: зная коэффициенты характеристического уравнения, но не решая его, найти критерии, позволяющие определить, имеют все корни характеристического уравнения отрицательные вещественные части или нет.

Такие критерии были найдены независимо друг от друга Раусом, затем Гурвицем. Позднее, на основе указанных критериев, Лъенаром и Шипаром был установлен критерий, несколько отличающийся от критериев Рауса и Гурвица. Все перечисленные критерии получили название алгебраических критериев устойчивости. Впоследствии Найквистом и А. Михайловым были разработаны также частотные критерии устойчивости.

### ВЫВОДЫ

Таким образом, использование предложенного детерминированного метода моделирования устойчивости социально-экономических систем позволит решать задачи двух типов. Первая, когда заданы все параметры и, следовательно, известны коэффициенты характеристического уравнения, требуется исследовать устойчивость системы при заданных значениях ее параметров. Вторая – заданы не все параметры, а только некоторые из них, требуется определить области значений известных параметров, при которых система будет устойчивой. Использование детерминированных методов моделирования позволяет «уйти» от интегральных моделей оценивания устойчивости социально-экономических систем, когда параметры модели задаются экспертным путем и, следовательно, обладают высокой степенью субъективности. ■

### ЛИТЕРАТУРА

1. Основы теории автоматического управления : учебник / В. С. Булыгин, Ю. Г. Гришанин, Н. Б. Судзиловский и др.; под ред. Н. Б. Судзиловского. – М. : Машиностроение, 1985. – 512 с.
2. Горбань О. М. Основы теории систем і системного аналізу : навч. посібник / О. М. Горбань, В. Є. Бахрушин. – Запоріжжя : ГУ «ЗІДМУ», 2004. – 204 с.
3. Сергеева Л. Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса) / Л. Н. Сергеева. – Запорожье : ЗГУ, 2002. – 227 с.

4. Волкова В. Н. Основы теории систем и системного анализа / В. Н. Волкова, А. А. Денисов – С-Пб. : Изд-во СПбГТУ, 1999. – 512 с.

5. Ревенко Д. С. Метод диагностики устойчивости функционирования предприятия в условиях макроэкономической нестабильности / Д. С. Ревенко, В. А. Лыба, И. К. Мошкина // Экономика та управління підприємствами машинобудівної галузі: проблеми теорії та практики : зб. наук. пр. – Вип. 3. – Х., 2013. – С. 34 – 43.

6. Медведев Ю. И. Теория автоматического управления : учебное пособие / Ю. И. Медведев. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2004. – 110 с.

7. Баранівська Х. С. Класифікація стійкості підприємства / Х. С. Баранівська // Збірник наукових праць Луцького національного технічного університету. Економічні науки. – Луцьк, 2010. – Вип. 7 (26). – С. 120 – 131.

8. Ареф'єва О. В. Економічна стійкість підприємства: сутність, складові та заходи її забезпечення / О. В. Ареф'єва, Д. М. Горodianська // Актуальні проблеми економіки: зб. наук. праць. – Вип. 8, 2008. – С. 83 – 90.

### REFERENCES

Aref'ieva, O. V., and Horodianska, D. M. "Ekonomichna stiiikist pidpriemstva: sutnist, skladovi ta zakhody ii zabezpechennia" [The economic sustainability of the enterprise: the nature, composition and activities of its software]. *Aktualni problemy ekonomiky*, no. 8 (2008): 83-90.

Baranivska, Kh. S. "Klasyfikatsiia stiiikosti pidpriemstva" [Classification viability]. *Zbirnyk naukovykh prats LNTU. Ekonomichni nauky*, no. 7 (26) (2010): 120-131.

Bulygin, V. S., Grishanin, Yu. G., and Sudzilovskiy, N. B. *Osnovy teorii avtomaticheskogo upravleniia* [The theory of automatic control]. Moscow: Mashinostroenie, 1985.

Horban, O. M., and Bakhrushyn, V. Ye. *Osnovy teorii system i systemnoho analizu* [Fundamentals of the Theory of Systems]. Zaporizhzhia: ZIDMU, 2004.

Medvedev, Yu. I. *Teoriia avtomaticheskogo upravleniia* [Automatic Control Theory]. Tomsk: TGU, 2004.

Revenko, D. S., Lyba, V. A., and Moshkina, Y. K. "Metod diagnostiki ustoichivosti funktsionirovaniya predpriatyia v usloviyakh makroekonomicheskoi nestabilnosti" [The diagnostic method in terms of macroeconomic instability]. *Ekonomika ta upravlinnia pidpriemstvamy mashynobudivnoi haluzi: problemy teorii ta praktyky*, no. 3 (2013): 34-43.

Sergeeva, L. N. *Modelirovanie povedeniia ekonomicheskikh sistem metodami nelineynoy dinamiki (teorii khaosa)* [Modeling the behavior of economic systems using nonlinear dynamics (chaos theory)]. Zaporozhe: ZGU, 2002.

Volkova, V. N., and Denisov, A. A. *Osnovy teorii sistem i sistemnogo analiza* [Fundamentals of systems theory and systems analysis]. St. Petersburg: SPbGTU, 1999.