

7. Волошин І. Рішення дилеми «ліквідність – дохід» для банківських ресурсів з логнормальним розподілом / І. Волошин, Я. Волошина // Банківська справа. – 2002. – № 6. – С. 39 – 42.

8. Карчева Г. Моделювання інвестиційної діяльності банків / Г. Карчева // Вісник НБУ. – 2004. – № 10. – С. 11 – 15.

9. Тагирбеков К. Р. Основы банковской деятельности (банковское дело) / К. Р. Тагирбеков. – М. : ИНФРА-М ; Весь Мир, 2001. – 715 с.

10. Назарова Е. В. Антикризисное управление кредитными организациями : учебно-практическое пособие. – М. : Изд. центр ЕАОИ. – 2007. – 237 с.

REFERENCES

Vozzhov, A. P. *Protsessy transformatsii bankovskikh resursov* [Transformation processes of bank resources]. Sevastopol: Izd-vo SevNTU, 2006.

Kokh, L. V., and Kokh, Yu. V. *Bankovskiy menedzhment* [Bank management]. Vladivostok: Izd-vo VGUES, 2006.

Lavrushin, O. I. *Bankovskiy menedzhment* [Bank management]. Moscow: KnoRus, 2009.

Larionova, I. V. *Upravlenie aktivami i passivami v kommercheskom banke* [Asset and liability management in commercial bank]. Moscow: Konsaltbankir, 2003.

Panova, G. S. *Analiz finansovogo sostoianiia kommercheskogo banka* [An analysis of the financial condition of the commercial bank]. Moscow: DIS, 1997.

Voloshyn, I. "Vidnosnyi ryzyk vidplyvu koshtiv z bankivskyykh rakhunkiv" [The relative risk of outflows from bank accounts]. *Visnyk NBU*, no. 7 (2004): 6-9.

Voloshyn, I., and Voloshyna, Ya. "Rishennia dylemy "likvidnist – dokhid" dlia bankivskyykh resursiv z lohnormalnym rozpodilom" [The decision dilemma "liquidity – income" for the banking resources of log-normal distribution]. *Bankivska sprava*, no. 6 (2002): 39-42.

Karcheva, H. "Modeliuvannia investytsiinoi diialnosti bankiv" [Modeling investment banks]. *Visnyk NBU*, no. 10 (2004): 11-15.

Tagirbekov, K. R. *Osnovy bankovskoy deiatelnosti (bankovskoe delo)* [Basics of Banking (banking)]. Moscow: INFRA-M; Ves Mir, 2001.

Nazarova, E. V. *Antikrizisnoe upravlenie kreditnymi organizatsiyami* [Crisis management by credit institutions]. Moscow: EAOI, 2007.

УДК 330.43

ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ОБЛАСТИ В ЭКОНОМЕТРИИ КОМПЛЕКСНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

ЧАНЫШЕВА А. Ф.

УДК 330.43

Чанышева А. Ф. Доверительные области в эконометрии комплексных переменных

Данная статья является результатом комплексного исследования, посвященного заложению основ комплекснозначной экономики – современного перспективного направления в области социально-экономического прогнозирования. Статья посвящена вопросам нахождения интервальных оценок для комплекснозначных уравнений линейной регрессии. Автор обосновывает выбор формы доверительных областей, а также рассматривает три подхода к их построению. В результате исследований сделан вывод, что практически все фактические значения наблюдаемой переменной находятся внутри доверительной области, рассчитанной для доверительной вероятности 95%. Это говорит о хорошем подборе модели к исходным данным и об эффективности метода нахождения доверительных областей, предложенного в данной работе.

Ключевые слова: эконометрика, комплекснозначная экономика, доверительные границы, совместные доверительные области, интервальные оценки, линейное уравнение регрессии, статистика Хотеллинга (Hotelling).

Рис.: 4. **Табл.:** 1. **Формул:** 16. **Библ.:** 11.

Чанышева Амина Фанисовна – кандидат экономических наук, Национальный минерально-сырьевой университет «Горный» (21-я линия, д. 2, Санкт-Петербург, 199106, Россия)

E-mail: aminusha@yandex.ru

УДК 330.43

Чанышева А. Ф. Довірчі області в економічній моделюванні комплексних змінних

Дана стаття є результатом комплексного дослідження, присвяченого закладанню основ комплекснозначної економіки – сучасного перспективного напрямку в галузі соціально-економічного прогнозування. Стаття присвячена питанням знаходження інтервальних оцінок для комплекснозначних рівнянь лінійної регресії. Автор обґрунтовує вибір форми довірчих областей, а також розглядає три підходи до їх побудови. У результаті досліджень зроблено висновок, що практично всі фактичні значення спостережуваної змінної перебувають усередині довірчої області, розрахованої для довірчої ймовірності 95%. Це говорить про гарний підбір моделі до вихідних даних і про ефективність методу знаходження довірчих областей, запропонованого в даній роботі.

Ключові слова: економіка, комплекснозначна економіка, довірчі границі, спільні довірчі області, інтервальні оцінки, лінійне рівняння регресії, статистика Хотеллінга (Hotelling).

Рис.: 4. **Табл.:** 1. **Формул:** 16. **Бібл.:** 11.

Чанышева Амина Фанисовна – кандидат економічних наук, Національний мінерально-сировинний університет «Гірський» (21-я лінія, б. 2, Санкт-Петербург, 199106, Росія)

E-mail: aminusha@yandex.ru

UDC 330.43

Chanyшева A. F. Confidence Regions in Econometrics of Complex Variables

The article is a result of a complex study devoted to laying the foundation of the complex-valued economy – modern prospective direction in the field of socio-economic forecasting. The article is devoted to the issues of obtaining interval estimates for complex-valued linear regression equations. The author substantiates selection of the form of confidence regions and also considers three approaches to its building up. On the basis of the study, the article draws a conclusion that practically all factual values of the observed variable are inside the confidence region, calculated for confidence probability 95%. This testifies to a good selection of the model to the original data and effectiveness of the method of finding confidence regions offered in this article.

Key words: econometrics, complex-valued economy, limits, joint confidence regions, interval estimates, linear regression equation, Hotelling statistics.

Pic.: 4. **Tabl.:** 1. **Formulae:** 16. **Bibl.:** 11.

Chanyшева Амина Ф. – Candidate of Sciences (Economics), National University of Mineral Resource \ "Gornyi" (21-ya liniya, d. 2, Saint Petersburg, 199106, Russia)
E-mail: aminusha@yandex.ru

В последние годы рядом исследователей активно ведется работа по разработке основ нового научного направления – комплекснозначной эконометрии. Результатом многолетней работы стали многочисленные статьи, рассматривающие такие основные проблемы, как построение линейных и нелинейных уравнений регрессии, производственных функций комплексных переменных, нахождение оценок коэффициентов моделей с помощью метода наименьших квадратов, корреляционный анализ, а также оценка комплекснозначной модели. В [1] показано, что очень часто комплекснозначные модели лучше описывают экономическую динамику, нежели модели действительных переменных. Это связано с тем, что комплекснозначные модели учитывают взаимосвязь между двумя исследуемыми показателями, объединенными в комплексную переменную фактора или результата. Таким образом, появляется возможность одновременного моделирования двух экономических переменных.

Как правило, при моделировании социально-экономических процессов исследователю приходится иметь дело с выборочными значениями экономических показателей. То есть предметом исследований являются случайные величины, методами работы с которыми занимается теория вероятностей и математическая статистика. Основными характеристиками случайной величины являются, как известно, ее математическое ожидание и дисперсия.

Математическое ожидание и дисперсия являются точечными оценками случайной величины. Поскольку вероятность того, что точечная оценка совпадет с фактическим значением наблюдаемого показателя равна нулю, в эконометрии принято рассматривать доверительные области для расчетного значения данного показателя [2].

Пусть мы исследуем линейное уравнение регрессии вида:

$$\hat{Y}_x = a + bX,$$

где X – экзогенная переменная, Y – эндогенная переменная.

Для нахождения прогнозного (точечного) значения эндогенной переменной \hat{Y}_x в линейное уравнение регрессии подставляются соответствующие значения переменной X .

Для построения интервальной оценки рассмотрим событие, заключающееся в том, что отклонение точечной оценки показателя \hat{Y}_x (его прогнозного значения) от истинного значения этого параметра Y по абсолютной величине не превышает некоторую положительную величину Δ . Вероятность такого события:

$$P(|Y - \hat{Y}_x| < \Delta) = \gamma.$$

Заменив неравенство $|Y - \hat{Y}_x| < \Delta$ на равносильное, получим:

$$P(|Y - \Delta < Y < \hat{Y}_x + \Delta| <) = \gamma,$$

где γ – доверительная вероятность;

$$\Delta = \frac{tS}{\sqrt{n}}, S - \text{точечная оценка среднего квадрата}$$

экономического отклонения показателя Y , t – значение распределения Стьюдента.

Исследования в области эконометрии комплексных переменных также связаны с нахождением статистических характеристик случайной величины Y , построением и анализом комплекснозначных уравнений регрессии. Данную работу посвятим вопросам построения доверительных областей в эконометрии комплексных переменных.

В качестве основы для изучения примем линейную комплекснозначную модель вида:

$$Y_r + iY_i = (a_0 + ia_1) + (b_0 + ib_1)(X_r + iX_i), \quad (1)$$

где Y_r, Y_i – действительная и мнимая части комплексной переменной результата; X_r, X_i – действительная и мнимая части комплексной переменной фактора; a_0, a_1, b_0, b_1 – оценки действительной и мнимой составляющих комплексных коэффициентов.

В первую очередь необходимо найти оценки коэффициентов модели по методу наименьших квадратов, которые послужат основой для нахождения расчетных значений искомого показателя $Y_r + iY_i$.

Для того чтобы можно было оценить коэффициенты уравнения (1), необходимо центрировать его относительно средних, т. е. переписать в виде:

$$\begin{aligned} (Y_r - \bar{Y}_r) + i(Y_i - \bar{Y}_i) = \\ = (b_0 + ib_1)(X_r - \bar{X}_r + i(X_i - \bar{X}_i)). \end{aligned} \quad (2)$$

Вводя новые обозначения, представим (2) в виде:

$$Y'_r + iY'_i = (b_0 + ib_1)(X'_r + iX'_i). \quad (3)$$

Для удобства расчетов уравнение (3) можно привести к системе двухфакторных моделей действительных чисел (4):

$$\begin{cases} Y'_r = b_0X'_r - b_1X'_i \\ Y'_i = b_1X'_r + b_0X'_i \end{cases} \quad (4)$$

Оценим коэффициенты модели по методу наименьших квадратов, адаптированному для комплексных переменных, по следующим формулам [3, 4]:

$$b_0 = \frac{\sum y'_r x'_r + \sum y'_i x'_i}{\sum x'^2_r + \sum x'^2_i}; \quad (5)$$

$$b_1 = \frac{\sum y'_i x'_r - \sum y'_r x'_i}{\sum x'^2_r + \sum x'^2_i}. \quad (6)$$

Отсюда легко вычислить и значения свободного комплексного коэффициента линейной регрессионной зависимости, поскольку для оценок МНК линейных зависимостей всегда выполняется равенство относительно средних арифметических [1]:

$$\bar{y}_r + i\bar{y}_i = (a_0 + ia_1) + (b_0 + ib_1)(\bar{x}_r + i\bar{x}_i). \quad (7)$$

На основе полученных оценок коэффициентов комплекснозначной модели найдем ряд расчетных значений централизованной зависимой переменной $Y'_r + iY'_i$, подставив их в (4).

На данном этапе исследования мы получили все необходимые данные для построения доверительных областей для уравнения регрессии. Автором были изучены и апробированы несколько подходов к решению данной задачи, результаты применения которых будут представлены ниже.

Согласно первому подходу для построения доверительной области используется система уравнений (4). Каждое из уравнений системы рассматривается в данном случае в отдельности. Анализируя эти уравнения, рассчитываем значения стандартной ошибки и t -статистики для каждого из них, после чего строим доверительные интервалы [5 – 7]:

$$\hat{y}'_r - t_{f,\alpha}\sigma_r \leq Y'_r \leq \hat{y}'_r + t_{f,\alpha}\sigma_r; \quad (8)$$

$$\hat{y}'_i - t_{f,\alpha}\sigma_i \leq Y'_i \leq \hat{y}'_i + t_{f,\alpha}\sigma_i, \quad (9)$$

где $t_{f,\alpha}$ – статистика Стьюдента для уравнения регрессии; σ_r, σ_i – стандартные ошибки для соответствующих уравнений регрессии; \hat{y}'_r, \hat{y}'_i – расчетные значения действительной и мнимой частей переменной $Y'_r + iY'_i$.

Чтобы получить комплексный доверительный интервал, полученные интервалы необходимо сложить, представив их в следующем виде [5, 6]:

$$\begin{aligned} (\hat{y}'_r + i\hat{y}'_i) - t_{f,\alpha}(\sigma_r + i\sigma_i) &\leq Y'_r + \\ + iY'_i &\leq (\hat{y}'_r + i\hat{y}'_i) + t_{f,\alpha}(\sigma_r + i\sigma_i). \end{aligned} \quad (10)$$

Полученные таким образом области представляют собой прямоугольники на комплексной плоскости $Y_r Y_i$. На рис. 1 представлены построенные с помощью данного способа доверительные области для последних 15 прогнозов ряда, состоящего из 36 значений. Все фактические значения по данным наблюдениям попадают в построенные области.

Данный пример базируется на анализе следующих экономических показателей: экспорт и импорт в каче-

стве экзогенной (независимой) комплексной переменной $X_r + iX_i$, расходы на потребление и накопление – эндогенной (зависимой) комплексной переменной $Y_r + iY_i$. Данные показатели являются разными сторонами одного и того же экономического процесса, между ними существует физическая или экономическая взаимосвязь, что является одним из необходимых условий при применении комплексных переменных в эконометрике.

Недостатком данного подхода является предположение о том, что случайные величины Y_r и Y_i независимы, то есть между ними отсутствует ковариация. Однако в экономике ввиду ее сложности такие ситуации практически не встречаются. То есть предложенный алгоритм фактически не отличается от способа построения доверительных границ в эконометрии действительных переменных и не имеет перед ней преимуществ.

В эконометрии действительных переменных известно множество примеров построения совместных доверительных областей для многомерных векторов. Так, доверительная область для вектора математических ожиданий m_x определяется неравенством [8]:

$$(\bar{X}^T - m_x^T)S^{-1}(\bar{X} - m_x) < \frac{m}{n(n-m)}f_\alpha, \quad (11)$$

где f_α – верхняя $100(1-\alpha)$ %-ная точка F -распределения, m – размерность случайного вектора X , n – число наблюдений, S – ковариационная матрица.

Уравнение

$$(\bar{X}^T - \xi^T)S^{-1}(\bar{X} - \xi) < \frac{m}{n(n-m)}f_\alpha$$

в координатах ξ определяет m -мерный эллипсоид (эллипс при $m = 2$) с центром в случайной точке \bar{X} , случайные размеры и направления главных осей которого определяются матрицей S и числом f_α [8].

Д. Химмельблау в [9] рассматривает линейное уравнение регрессии вида $\eta = \beta'_0 + \beta_1 x = \beta_0 + \beta_1(x - \bar{x})$, оценка которого представлена в виде $\hat{Y} = b_0 + b_1(x - \bar{x})$.

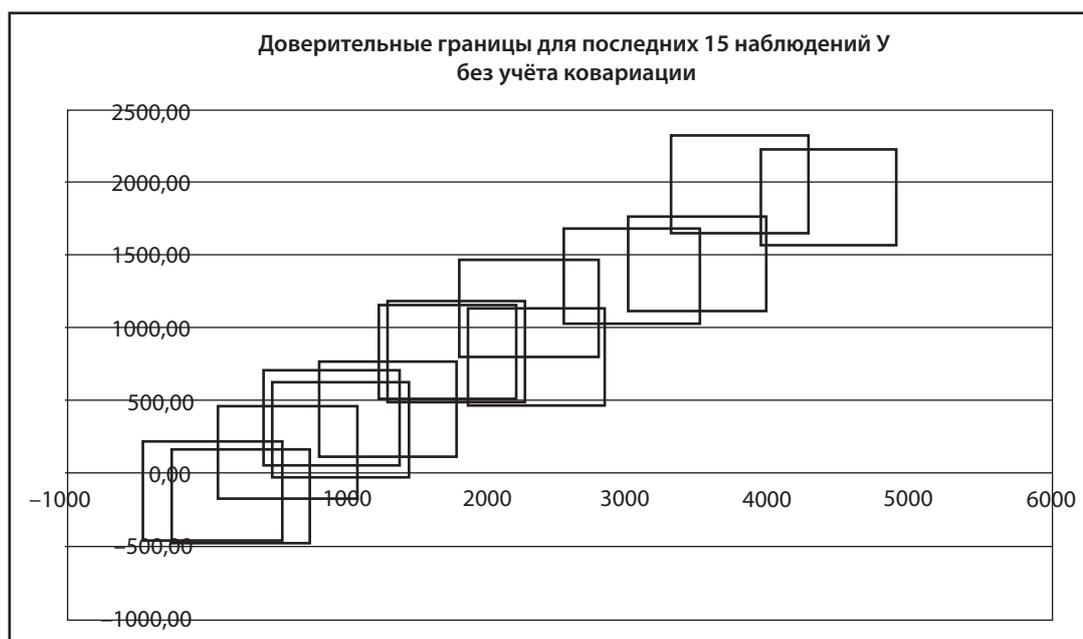


Рис. 1. Доверительные границы для последних 15 расчетных значений Y без учета ковариации

Касательно доверительных интервалов он пишет: «... Так, доверительный интервал для β_0 является интервалом, содержащим возможные значения ординат прямой при $x = \bar{x}$ для различных моделей с одним и тем же угловым коэффициентом; доверительный интервал для β_1 , напротив, является интервалом, включающим значения угловых коэффициентов для различных моделей с одинаковыми ординатами в точке \bar{x} . Однако если требуется определить, описывает ли экспериментальные данные линейная модель, учитывающая одновременно изменение углового коэффициента и ординаты при \bar{x} , необходимо оценить совместную доверительную область для β_0 и β_1 . Прямоугольник, образованный оценками доверительных интервалов, и оценка совместной доверительной области, ограниченная эллипсом, могут содержать существенно различные значения параметров β » [9] (рис. 2).

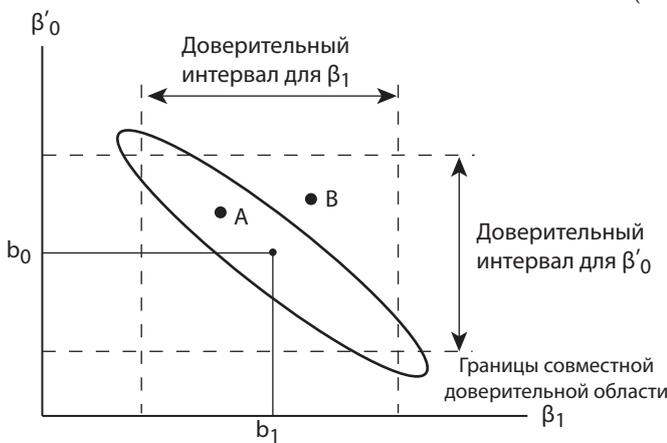


Рис. 2. Доверительные интервалы и совместная доверительная область для модели

$$\eta = \beta'_0 + \beta_1 x = \beta_0 + \beta_1(x - \bar{x})$$

Для нахождения совместной доверительной области с использованием аппарата многомерных статистических методов для двумерной случайной величины с помощью распределения Хотеллинга вводится следующее равенство:

$$T^2 = \frac{ns_{rt}^2 s_{it}^2}{s_{rt}^2 s_{it}^2 - s_{rit}^2} \left(\frac{(y_{rt} - \bar{y}_r)^2}{s_{rt}^2} + \frac{(y_{it} - \bar{y}_t)^2}{s_{it}^2} - \frac{2s_{rit}(y_{rt} - \bar{y}_r)(y_{it} - \bar{y}_t)}{s_{rt}^2 s_{it}^2} \right),$$

где s_{rt}^2 , s_{it}^2 , s_{rit}^2 – выборочные дисперсии,

или в матричной форме:

$$T^2 = n(\bar{Y} - \mu)^T C^{-1}(\bar{Y} - \mu), \quad (12)$$

где μ – вектор математических ожиданий двумерного вектора Y ;

\bar{Y} – вектор выборочных оценок математических ожиданий двумерного случайного вектора Y .

Хотеллинг связал величину T^2 с распределением F при заданной доверительной вероятности P , известных значениях k и n :

$$T^2 = \frac{k(n-1)}{n(n-k)} F_{1-P, k, n-k}. \quad (13)$$

Таким образом, учитывая (12) и (13), доверительные границы математического ожидания k -мерного случайного вектора Y с доверительной вероятностью P описываются следующим уравнением поверхности [10]:

$$(\bar{Y} - \mu)^T C^{-1}(\bar{Y} - \mu) = \frac{k(n-1)}{n(n-k)} F_{1-P, k, n-k}, \quad (14)$$

где k – размерность вектора \bar{Y} , n – число наблюдений.

Тогда совместная доверительная область будет определяться неравенством (15), что было подтверждено на многочисленных экспериментальных данных:

$$(\bar{Y} - \mu)^T C^{-1}(\bar{Y} - \mu) < \frac{k(n-1)}{n(n-k)} F_{1-P, k, n-k}. \quad (15)$$

Уравнение (14) определяет k -мерный эллипсоид (эллипс в нашем случае при $k = 2$) с центром в случайной точке \bar{Y} , случайные размеры и направления главных осей которого определяются матрицей C^{-1} и числом $F_{1-P, k, n-k}$. Доверительная область (15) представляет собой множество внутренних точек этого случайного эллипсоида. По теории этот эллипсоид покрывает неизвестную точку μ с вероятностью P [8].

Статистика Хотеллинга является наиболее простым из всех изложенных выше способов построения совместных доверительных областей для двух и более случайных величин, коррелированных между собой. Поэтому она была применена для нахождения доверительных областей для комплексного уравнения регрессии (3), а также для коэффициента регрессии $b_0 + ib_1$.

В процессе проведения экспериментальных расчетов выяснилось, что неравенство (15) необходимо адаптировать для описания комплексных уравнений регрессии, т. к. по результатам расчетов не все фактические значения зависимой переменной находились в пределах построенной доверительной области [11].

Многочисленные эксперименты позволили найти такой коэффициент H , который бы корректировал взаимосвязь между статистикой Хотеллинга и F -статистикой:

$$H = \frac{(n-k)^2}{k(n-1)}.$$

С учётом этого модифицированная статистика T^2 Хотеллинга будет связана со статистикой F следующим образом:

$$\begin{aligned} T^2 &= H \times \frac{k(n-1)}{n(n-k)} F_{1-P, k, n-k} = \\ &= \frac{(n-k)^2}{k(n-1)} \times \frac{k(n-1)}{n(n-k)} F_{1-P, k, n-k} = \\ &= \frac{n-k}{n} \times F_{1-P, k, n-k}. \end{aligned}$$

Соответственно, неравенство (15) примет вид:

$$(\bar{Y} - \mu)^T C^{-1}(\bar{Y} - \mu) < \frac{n-k}{n} F_{1-P, k, n-k}. \quad (16)$$

Результаты применения модифицированной статистики Хотеллинга на практике следующие:

1. Фактические значения исследуемой комплексной случайной величины $Y_r' + iY_i'$ находятся в пределах доверительной области с вероятностью 95 % и выше.

2. В связи с упрощением неравенства (15) нахождение доверительных областей стало более простым.

Таким образом, второй подход, получивший название «метод декомпозиционных доверительных границ», основан на построении доверительной области для коэффициента регрессии $b_0 + ib_1$ с помощью модифицированной статистики Хотеллинга. Согласно этому методу этапы нахождения доверительной области следующие:

1. Формируется случайный ряд значений комплексного коэффициента $b_0 + ib_1$, найденных по формулам [3]:

$$b_0 = \frac{Y_{rr}X_{ri} + Y_{ii}X_{ii}}{X_{ri}^2 + X_{ii}^2},$$

$$b_1 = \frac{Y_{ii}X_{ri} - Y_{rr}X_{ii}}{X_{ri}^2 + X_{ii}^2}.$$

2. Строится доверительная область для комплексного коэффициента регрессии $b_0 + ib_1$ с помощью модифицированной статистики Хотеллинга.

3. Находится ряд точек (около 40 штук), лежащих на границе построенной доверительной области.

4. Каждая из этих точек умножается на конкретное наблюдение по переменной $X_r + iX_i$.

Получаем ряды точек, лежащих на доверительных границах для соответствующих расчетных значений зависимой переменной $\hat{Y}_r + i\hat{Y}_i$, которые представляют собой эллипс.

Третий подход, получивший название «метод агрегированных доверительных границ», основан на построении доверительной области непосредственно для ряда расчетных значений $\hat{Y}_r + i\hat{Y}_i$. Этапы данного метода сводятся к следующим:

1. Найти оценки МНК для коэффициента регрессии $b_0 + ib_1$.

2. Найти ряд расчетных значений $\hat{Y}_r + i\hat{Y}_i$, подставляя в качестве b_0 и b_1 найденные оценки для них по методу наименьших квадратов.

Построить доверительные области по описанному выше алгоритму построения областей для коэффициента регрессии с помощью модифицированной статистики Хотеллинга, используя полученный двумерный ряд расчетных значений $\hat{Y}_r + i\hat{Y}_i$. Вместо средних значений ряда используется текущее расчетное значение $\hat{Y}_r + i\hat{Y}_i$, соответствующее конкретному наблюдению по $X_r + iX_i$.

Построенные данными способами доверительные области обладают следующими характеристиками. По мере увеличения номера наблюдения эллипсы для каждого конкретного значения $\hat{Y}_r + i\hat{Y}_i$ сдвигаются вправо и вверх, что говорит о возрастающем тренде исходных

экономических показателей. Отличие между совместными доверительными областями, построенными двумя разными способами, состоит в степени увеличения их размеров по мере отдаления от среднего значения. Если метод декомпозиционных доверительных границ подразумевает резкое увеличение размеров эллипсов по мере отдаления от $X_r + iX_i$, то при использовании метода агрегированных доверительных границ такое увеличение практически отсутствует. Это объясняется характером ряда, к которому применяется статистика Хотеллинга. Во втором случае, как было показано выше, этот ряд представляет собой ряд расчетных значений $\hat{Y}_r + i\hat{Y}_i$, который не имеет большой дисперсии. Метод декомпозиционных доверительных границ получает эллипсы путем умножения доверительной области для коэффициента регрессии B на конкретное наблюдение переменной $X_r + iX_i$. Естественно, что в результате умножения «крайние» эллипсы получают большее растяжение, чем те, которые располагаются близко к среднему значению $X_r + iX_i$.

Несмотря на различия в полученных результатах, оба способа, использующих модифицированную статистику Хотеллинга, являются хорошим средством нахождения доверительных границ для комплексного уравнения регрессии.

Описанные выше алгоритмы построения доверительных областей для линейного комплексного уравнения регрессии с комплексными переменными фактора и результата были применены к временным рядам реальных экономических показателей.

С целью анализа и прогнозирования макроэкономических процессов экономики России исследовались следующие экономические показатели: численность экономически активного населения и численность занятых в Российской Федерации в качестве экзогенной (независимой) переменной ($X_r + iX_i$), расходы на потребление и накопление – эндогенной (зависимой) комплексной переменной ($Y_r + iY_i$). Годовые данные по показателям представлены в табл. 1.

Таблица 1

Макроэкономические показатели за 2000 – 2008 гг.

Год	X_r	X_i	Y_r	Y_i
2000	72769,9	65070,4	4476,8	1365,7
2001	71546,6	65122,9	5886,8	1963,1
2002	72357,1	66658,9	7484,1	2169,3
2003	72391,4	66432,2	9058,7	2755,1
2004	72949,6	67274,7	11477,9	3558,9
2005	73431,7	68168,9	14438,2	4338,7
2006	74166,9	68854,9	17809,7	5698,8
2007	75159,0	70570,5	21968,6	8034,1
2008	75756,6	70965,1	27422,7	10522,4

X_r – численность экономически активного населения Российской Федерации, тыс. чел.

X_i – численность занятых в Российской Федерации, тыс. чел.

Y_t – расходы на конечное потребление, млрд руб.
 Y_i – валовое накопление, млрд руб.

Исследование корреляционной связи между комплексными переменными показало, что связь между переменными близка к линейной. Вывод был сделан на основе комплексного коэффициента корреляции, значение которого составило $0,998 - 0,0014i$. Соответственно, к исходным данным может быть применена линейная модель комплексного уравнения регрессии, подробно рассматриваемая выше.

Комплексный коэффициент регрессии в результате оценки по методу наименьших квадратов для комплексных уравнений составил $2,553 - 1,887i$. Доверительная область для коэффициента регрессии представлена на рис. 3. Доверительные области для уравнения регрессии найдены методом декомпозиционных доверительных границ (рис. 4). В результате исследований сделан вывод, что практически все фактические значения наблюдаемой переменной находятся внутри доверительной области, рассчитанной для доверительной вероятности 95%. Это говорит о хорошем подборе модели к исходным данным и об эффективности метода нахождения доверительных областей, предложенного в данной работе.

Метод декомпозиционных доверительных границ предлагается использовать в задачах интерполяции комплекснозначных показателей, а метод агрегированных доверительных границ – в различных задачах аппроксимации и прогнозирования. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. Светульников С. Г. Основы комплекснозначной экономики / С. Г. Светульников. – С-Пб.: Издатель ИП Василькина М. Н., 2011. – 348 с.

2. Аденов А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / А. М. Аденов, Е. А. Копытов, Л. Я. Гринглаз. – С-Пб. : Питер, 2004. – 461 с., ил. – (Серия «Учебник для вузов»).

3. Светульников С. Г. Основы эконометрии комплексных переменных / С. Г. Светульников. – С-Пб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2008. – 108 с.

4. Светульников С. Г. Производственные функции комплексных переменных / С. Г. Светульников, И. С. Светульников. – М. : Издательство ЛКИ, 2008. – 136 с.

5. Чанышева А. Ф. Постановка задачи в области эконометрии комплексных переменных / А. Ф. Чанышева // Экономическая кибернетика: системный анализ в экономике и

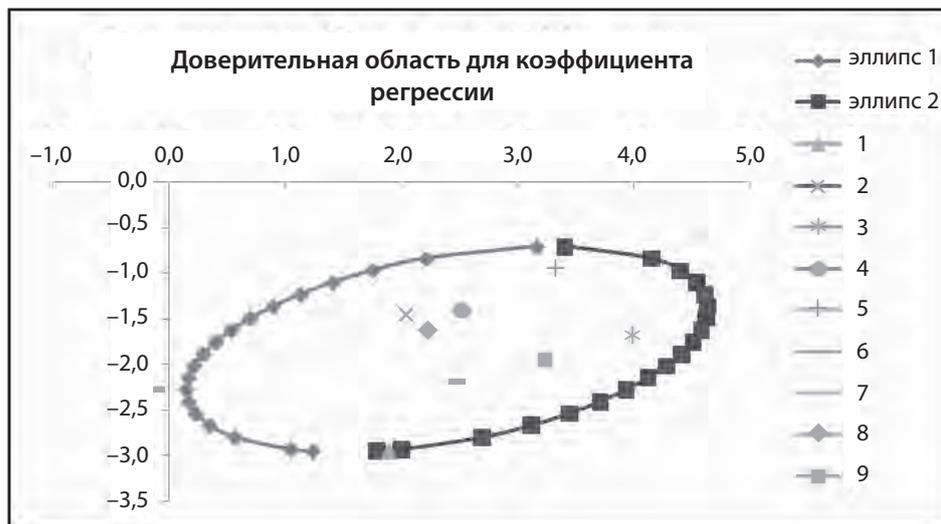


Рис. 3. Доверительная область для коэффициента регрессии $b_0 + ib_1$

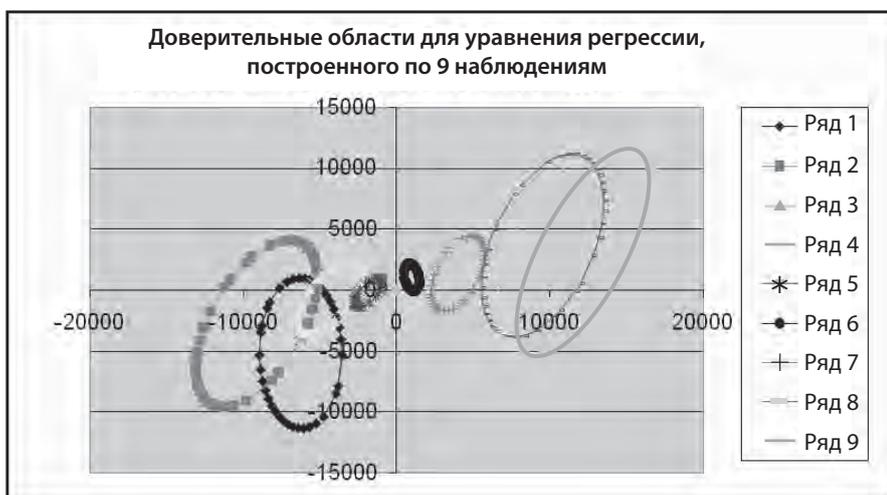


Рис. 4. Доверительные области для уравнения регрессии при $n = 9$

управлении : Сборник научных трудов. Выпуск № 16 / Под ред. Д. В. Соколова и В. П. Чернова. – С-Пб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2007. – 150 с.

6. Чанышева А. Ф. Проблемы построения доверительных границ в эконо-метрике комплексных переменных / А. Ф. Чанышева // Экономическое прогнозирование: модели и методы : Материалы IV Международной научно-практической конференции, 10-11 апреля 2008 г. : в 2 ч. – Ч. 1. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2008. – 298 с.

7. Чанышева А. Ф. Проблемы построения доверительных интервалов для уравнения регрессии комплексных переменных / А. Ф. Чанышева // Теория хозяйственных систем : Материалы всероссийской научно-практической конференции, посвященной 75-летию профессора И. М. Сыроежина. – 21 ноября 2008 г. – С-Пб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2009. – 290 с.

8. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика / В. С. Пугачев. – М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 496 с.

9. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами / Д. Пер. с англ. В. Д. Скаржинского, под ред. В. Г. Горского. – М. : МИР, 1973. – 957 с.

10. Дубров А. М. Многомерные статистические методы : учебник / А. М. Дубров, В. С. Мхитарян, Л. И. Трошин. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 252 с.

11. Чанышева А. Ф. Доверительные оценки прогнозов экономических показателей с помощью регрессий комплексных переменных / А. Ф. Чанышева // Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. – 2009. – № 4(60).

REFERENCES

Adronov, A. M., Kopytov, E. A., and Gringlaz, L. Ya. *Teoriia veroiatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. St. Petersburg: Piter, 2004.

Chanyшева, A. F. "Postanovka zadachi v oblasti ekonometrii kompleksnykh peremennykh" [Statement of the problem in the field of econometrics complex variables]. *Ekonomicheskaya kibernetika: sistemnyy analiz v ekonomike i upravlenii*, no. 16 (2007): 150-.

Chanyшева, A. F. "Problemy postroeniia doveritelnykh granits v ekono-metrike kompleksnykh peremennykh" [Problems of building confidence limits in econometrics complex variables]. *Ekonomicheskoe prognozirovanie: modeli i metody*. Voronezh: Izdatelsko-poligraficheskyy tsentr VGU, 2008. 298-.

Chanyшева, A. F. "Problemy postroeniia doveritelnykh intervalov dlia uravneniia regressii kompleksnykh peremennykh" [Problems of construction of confidence intervals for regression equations of complex variables]. *Teoriia khoziaystvennykh sistem*. St. Petersburg: Izd-vo SPbGUEF, 2009. 290-.

Chanyшева, A. F. "Doveritelnye otsenki prognozov ekonomicheskikh pokazateley s pomoshchiu regressiy kompleksnykh peremennykh" [Confidence estimation forecasts of economic indicators using regression of complex variables]. *Izvestia SPbUEF*, no. 4 (60) (2009).

Dubrov, A. M., Mkhitarian, V. S., and Troshin, L. I. *Mnogomernye statisticheskie metody* [Multivariate statistical methods]. Moscow: Finansy i statistika, 2003.

Khimmelblau, D. *Analiz protsessov statisticheskimi metodami* [Process analysis by statistical methods]. Moscow: MIR, 1973.

Pugachev, V. S. *Teoriia veroiatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Mos-

cow: Nauka; Glavnaia redaksiia fiziko-matematicheskoy literatury, 1979.

Svetunkov, S. G., and Svetunkov, I. S. *Proizvodstvennye funktsii kompleksnykh peremennykh* [Production functions of complex variables]. Moscow: Izdatelstvo LKI, 2008.

Svetunkov, S. G. *Osnovy ekonometrii kompleksnykh peremennykh* [Fundamentals of econometrics complex variables]. St. Petersburg: Izd-vo SPbGUEF, 2008.

Svetunkov, S. G. *Osnovy kompleksnoznachnoy ekonomiki* [Fundamentals of complex-economy]. St. Petersburg: Vasilkina M. N., 2011.