

МОДЕЛЮВАННЯ МАТЕРІАЛЬНОГО ПОТОКУ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ З УРАХУВАННЯМ ВИПАДКОВИХ ВИРОБНИЧИХ ВТРАТ

МАРЧУК В. Д.

УДК 338.3:303.09

Марчук В. Д. Моделювання матеріального потоку виробничих систем з урахуванням випадкових виробничих втрат

Розроблено модель матеріального потоку виробничої системи з урахуванням випадкових виробничих втрат, що представляють собою розподілений випадковий процес з кореляційною функцією типу «білого шуму» та функцією, що має сезонні коливання.

Ключові слова: виробнича система, матеріальний потік, моделювання, виробничі витрати.

Формул: 25. **Бібл.:** 8.

Марчук Василь Дмитрович – здобувач, кафедра економічної кібернетики, Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаніка (вул. Шевченка, 57, Івано-Франківськ, 76018, Україна)

УДК 338.3:303.09

UDC 338.3:303.09

Марчук В. Д. Моделирование материального потока производственных систем с учетом случайных производственных потерь

Разработана модель материального потока производственной системы с учетом случайных производственных потерь, представляющих собой распределенный случайный процесс с корреляционной функцией типа «белого шума» и функцией, имеющей сезонные колебания.

Ключевые слова: производственная система, материальный поток, моделирование, производственные потери.

Формул: 25. **Библ.:** 8.

Марчук Василий Дмитриевич – соискатель, кафедра экономической кибернетики, Прикарпатский национальный университет им. В. Стефаніка (ул. Шевченко, 57, Івано-Франковск, 76018, Украина)

Marchuk V. D. Simulation of Material Flow Production Systems Based on Random Production Losses

The model of material stream of the production system is developed taking into account the stochastic production losses that represent by itself the distributed stochastic process with the correlation function of type of «white noise» and function that has seasonal vibrations.

Key words: manufacturing system, material flow simulation, production losses.

Formulae: 25. **Bibl.:** 8.

Marchuk Vasilii D. – Applicant, Department of Economic Cybernetics, Pre-carpathian National University named after V. Stefanyk (vul. Shevchenka, 57, Ivano-Frankivsk, 76018, Ukraine)

Моделювання матеріального потоку виробничих систем (ВС) передбачає вивчення і опис їх поведінки як складного об'єкта управління, що розглядається як система забезпечення руху предметів праці, виявлення характеристик системи управління, аналіз основних підсистем на основі операційного підходу і всієї системи в цілому при взаємодії підсистем із зовнішнім середовищем та іншими підсистемами в процесі досягнення основних цілей функціонування, а також розроб-

ку теоретичних основ моделювання, ухвалення рішень і створення інструментальних засобів для автоматизації управління шляхом застосування моделей і алгоритмів, що забезпечують вибір ефективних рішень. Тобто опис матеріально-виробничої системи враховує властивості об'єкта управління, які пов'язані з просторово-часовою динамічною природою його параметрів.

Проблемам теорії та практики управління матеріальними потоками присвячено праці [1 – 3, 6, 7]. У зв'язку з

проблемою моделювання матеріальних потоків виробничих систем слід відзначити праці А. А. Петрова [5], В. М. Порохні, Ю. О. Колісника [8], А. А. Фрідмана [9]. Однак питання розробки методів і моделей оптимізації матеріальних потоків в умовах невизначеності і швидкої зміни зовнішнього середовища залишаються й надалі актуальними, що й обумовило тематику даної статті.

Метою даної статті є побудова моделі матеріального потоку виробничої системи з урахуванням випадкових виробничих втрат, що представляють собою розподілений випадковий процес з кореляційною функцією типу «білого шуму» та функцією, що має сезонні коливання. Розглядаючи процес виробництва як керований матеріальний просторово розподілений потік предметів праці, використовуємо модель механіки суцільного середовища. Математична модель динаміки середовища включає три основні рівняння:

- 1) рівняння матеріального балансу середовища;
- 2) рівняння руху, що пов'язує рух середовища з джерелом руху;
- 3) рівняння стану, що пов'язує параметри середовища з джерелом руху.

Сукупність цих рівнянь дозволяє досліджувати поведінку матеріального виробничого потоку як об'єкта з розподіленими параметрами.

Динаміку зміни розподілених запасів при зміні вхідних і вихідних потоків операцій технологічного маршруту (ТМ) характеризує балансове співвідношення. При відсутності випадкових чинників параметри виробничого процесу відповідають плановим величинам або змінюються згідно з оперативним управлінським рішенням.

При цьому випадкові виробничі втрати призводять до порушення балансового співвідношення. Тому рівняння матеріального балансу включає випадкові втрати і може бути записано в інтегральній або в диференціальній формі:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial R(x,t)}{\partial t} + B(x,t) = 0, \quad (1)$$

де $Q(x,t)$ характеризує інтенсивність потоку (величина потоку);

$R(x,t)$ – розподіл запасів предметів праці по ТМ (щільність потоку);

$B(x,t)$ – описує випадкові виробничі втрати.

Виробничий процес, розглянутий як рух предметів праці по ТМ, характеризується швидкістю $V(x,t)$, якій відповідає графік руху предметів праці, і визначається з врахуванням можливостей зміни інтенсивності потоків з використанням наявних ресурсів. Графік при цьому отримується в результаті розв'язання диференціального рівняння

$$\frac{dx}{dt} = V(x,t). \quad (2)$$

Різним початковим умовам відповідають графіки руху різних продуктів (партій):

$$x = x(t, \xi). \quad (3)$$

Зміна швидкості визначає часові зміни в траєкторії руху по ТМ, що видно із розв'язку (3). Водночас, часові зміни в процесі виробництва пов'язані з обсяговими, що дозволяє відхилення швидкості від заданої, яка відповідає плановому графіку руху предметів праці по ТМ, замінити еквівалентним відхиленням інтенсивності потоку.

На виробничий потік (ВП), крім чинника виробничих втрат, дія якого враховується в рівнянні матеріального балансу, здійснюють вплив чинники порушення ритму і управління. Порушення ритму на операції призводить, з одного боку, до зменшення її пропускної спроможності, з іншого – до збільшення запасів перед даною операцією.

Вплив порушення ритму і управління на ВП може бути розглянутий як зміна щільності під їх дією:

$$R(x,t) = \frac{Q(x,t)}{V_3(x)} + R_{ZU}(x,t), \quad (4)$$

де $V_3(x)$ – задана швидкість руху предметів праці по ТМ;

$R_{ZU}(x,t) = \int [Z(x,t) - U(x,t)] \cdot dt$ – складова запасу на ТМ, обумовлена дією чинника порушення ритму і управління.

Математична модель відносного матеріального потоку має вигляд

$$\begin{cases} \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + B(x,t) = 0, \\ \rho(x,t) = \frac{q(x,t)}{V_3(x)} + \int_0^t Z(x,\tau) \cdot d\tau - \int_0^t U(x,\tau) \cdot d\tau, \\ 0 \leq x \leq x_k, t \geq 0, q_n = q(0,t), \end{cases} \quad (5)$$

де $q(x,t)$ і $\rho(x,t)$ – відносні значення параметрів величини потоку і предметів праці відповідно.

При відомих величинах чинників і управлінській системі рівнянь (5) має такий розв'язок:

$$\begin{cases} q(x,t) = \begin{cases} q_n(t - \omega(x)) + \int_0^x [U(\xi, \bar{\varphi}) - Z(\xi, \bar{\varphi})] d\xi, t \geq \omega(x) \geq 0, \\ q_0(\omega(\omega(x) - t)) + \int_{\omega(\omega(x) - t)}^x [U(\xi, \bar{\varphi}) - B(\xi, \bar{\varphi}) - Z(\xi, \bar{\varphi})] d\xi, \omega(x) > t \geq 0, \end{cases} \\ \rho(x,t) = \frac{q(x,t)}{V_3(x)} + \int_0^t Z(x,\tau) \cdot d\tau - \int_0^t U(x,\tau) \cdot d\tau, \end{cases} \quad (6)$$

де $\bar{\omega}()$ – функція, обернена до $\omega()$, що характеризує траєкторію руху предметів праці по ТМ, $\bar{\varphi} = t - \omega(x) + \omega(\xi)$,

$$q_0(x) = \rho_0(x) \cdot V_3(x), \rho_0(x) = \rho(x, 0), \omega(x) = \int_0^x \frac{dY}{V_3(Y)}.$$

Виробничий процес характеризується функцією потоку предметів праці $Q(x,t)$ і розподілом запасів по технологічному маршруту (ТМ) $R(x,t)$, або у відносних величинах – $q(x,t)$ і $\rho(x,t)$.

Керуючими впливами є управління вхідним потоком $Q_b(t)$ (або у відносних величинах $q_b(t)$), тобто запуск

предметів праці на початкову операцію, і розподілене управління $U(x, t)$, засноване на використанні виробничих ресурсів. Як чинники збурення розглянуто виробничі втрати $B(x, t)$ і порушення ритму (збійні ситуації) $Z(x, t)$.

Вихідними змінними, що характеризують якість управління, є інтенсивність потоку (величина потоку) $q(x, t)$ і величина запасів на операціях технологічного маршруту (щільність потоку) $\rho(x, t)$. Особливо потрібно виділити вихідний потік $q(x, t)$, що здійснює вплив на навколишнє середовище, впливає на ритмічність випуску та надійність виконання плану. Структурну схему системи управління матеріальним потоком наведено на рис. 1.

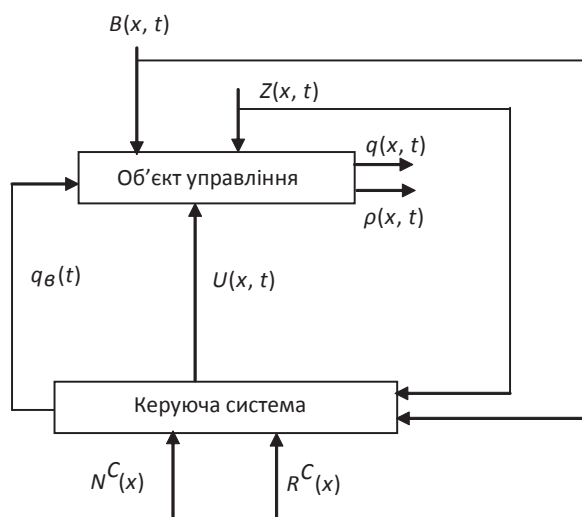


Рис. 1. Структурна схема системи управління матеріальним потоком

Керуючі впливи реалізуються за рахунок створення та утримання страхових ресурсів – потужності $N^C(x)$, розподілених запасів $R^C(x)$ і запасів на виході і вході технологічного маршруту.

З урахуванням виробничих втрат модель ВП (5) має такий вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + B(x, t) = 0, \\ q(x, t) = \rho(x, t) V_3(x) + V_3(x) \int_0^t U_B(x, \tau), \\ q(0, t) = q_n(t), 0 \leq x \leq x_k, t \geq 0, \rho_0(x) = \rho(x, 0), \end{cases} \quad (7)$$

де $U_B(x, \tau)$ – управління, розподілене по ТМ і спрямоване на компенсацію виробничих втрат.

При відомих початкових і крайових умовах, а також збуреннях і управліннях система рівнянь (7) має розв'язок:

$$\begin{cases} q(x, t) = \begin{cases} q_n(t - \omega(x)) + \int_0^x [U(\xi, \varphi) - B(\xi, \varphi)] \cdot d\xi, t \geq \omega(x) \geq 0, \\ q_0(\omega(\omega(x) - t)) + \int_{\omega(\omega(x) - t)}^x [U_B(\xi, \varphi) - B(\xi, \varphi)] \cdot d\xi, \omega(x) > t \geq 0, \end{cases} \\ \rho(x, t) = \frac{q(x, t)}{V_3(x)} + \int_0^t U_B(x, \varphi) \cdot d\tau. \end{cases}$$

Проаналізовано можливості компенсації збурень по відношенню до показників якості з розглядом компенсацій трьох видів:

Виробничі втрати представляють собою розподілений випадковий процес, тобто, випадкове поле, некорельований по координаті x . З урахуванням розглянутих типів випадкових процесів кореляційні функції втрат, які мають практичний інтерес, мають такий вигляд:

– кореляційна функція чистого випадкового процесу типу «білого шуму»

$$K_B(x, \tau) = \sigma_B^2(x) \cdot \delta(\tau); \quad (8)$$

– кореляційний випадковий процес

$$K_B(x, \tau) = \sigma_B^2(x) \cdot e^{-\mu(x)|\tau|}; \quad (9)$$

– кореляційна функція випадкового процесу, що має сезонні коливання,

$$K_B(x, \tau) = \sigma_B^2(x) \cdot e^{-\mu(x)|\tau|} \cdot \cos(\varphi(x) \cdot \tau). \quad (10)$$

Крім кореляційної функції втрати характеризуються дисперсією $\sigma_B^2(x)$, математичним очікуванням $m_B(x)$, коефіцієнтом, що залежать від закону розподілу при вибраному рівні довіри χ_B .

Припустимо, що відомі статистичні характеристики виробничих втрат, що представляють собою випадковий стаціонарний в широкому сенсі процес: $K_B(x, \tau)$ – кореляційна функція; $\sigma_B^2(x)$ – дисперсія; $m_B(x)$ – математичне очікування виробничих втрат.

Необхідно провести аналіз можливості компенсації збурень по відношенню до показників якості. Будемо розглядати компенсацію трьох видів:

1) компенсацію впливу збурення на математичне сподівання вихідного потоку $m_q(x_k)$, яку назовемо інтегральною компенсацією виробничих втрат. Для неї виконується рівність

$$m_q(x_k) = 0; \quad (11)$$

2) повну компенсацію збурення, при якій вихідний потік і показники якості не залежать від виробничих втрат, тобто виконується

$$\begin{cases} \sigma_B^2(x) = 0, \\ \sigma_{\Delta TП}^2(T) = 0; \end{cases} \quad (12)$$

де $\sigma_{\Delta TП}(T)$ – стандартне відхилення інтегрального випуску;

3) часткову компенсацію збурення, при якій показники якості задовольняють заданим умовам вигляду

$$\begin{cases} \sigma_q^2(x_k) \leq \varepsilon^2, \\ \sigma_{\Delta TП}^2(T) \leq \varepsilon_T^2. \end{cases} \quad (13)$$

Умова (11) реалізується при виконанні

$$\begin{cases} q_n(t) = \int_0^{x_k} m_B(x) \cdot dx, \\ \rho_0(x) = \frac{1}{V_3(x)} \int_x^{x_k} m_B(x) \cdot dx, \\ 0 \leq x \leq x_k, 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (14)$$

Перша рівність вказує на необхідність збільшення вхідного потоку залежно від математичного очікування збурення. Друга залежність свідчить про те, що початковий розподіл предметів праці по ТМ повинен бути встановлений також в залежності від математичного очікування збурення. При відносно великому інтервалі управління T (у порівнянні з часом циклу) впливом початкового розподілу запасу по ТМ можна знехтувати.

При виконанні (14) середні значення величини потоку і густини предметів праці рівні відповідно

$$\begin{cases} M[q(x,t)] = \int_x^{x_k} m_B(\xi) \cdot d\xi, \\ M[\rho(x,t)] = \frac{1}{V_3(x)} \cdot \int_x^{x_k} m_B(\xi) \cdot d\xi. \end{cases} \quad (15)$$

Як видно з останніх виразів, збільшення вхідного потоку призводить також до збільшення величини потоку і запасу предметів праці по ТМ. Це обумовлює необхідність збільшення величини ресурсів потужності.

Позначимо розподіл виробничих потужностей по ТМ $N(x)$, а потужності, відповідні бажаному виробничому потоку, – $N_3(x)$, причому виконується $N_3(x) = Q_3(x)$. Додаткові ресурси потужності, обумовлені необхідністю інтегральної компенсації виробничих втрат, позначимо $N_B^0(x)$:

$$N_B^0(x) = \int_x^{x_k} m_B(\xi) \cdot d\xi. \quad (16)$$

Вони забезпечують середній рівень показників, які відповідають умовам (15).

Характеристиками ритмічності випуску та надійності виконання плану є дисперсії вихідного потоку і інтегрального випуску. Показник ритмічності становить

$$\sigma_q^2(x_k) = \int_0^{x_k} \sigma_B^2(\xi) \cdot d\xi. \quad (17)$$

Показник надійності визначається виразом

$$\sigma_{\Delta\Pi}^2(T) = 2 \cdot \int_0^T \int_0^{x_k} (T - \tau) \cdot K_B(\xi, \tau) \cdot d\xi \cdot d\tau. \quad (18)$$

Повна компенсація випадкових виробничих втрат означає незалежність величини вихідного потоку від збурення. Розглянемо управління вхідним потоком по збуренню, що забезпечує часткову компенсацію в сенсі виконання (13). Вхідний потік визначається при цьому в залежності від інтегральної величини втрат на ТМ за законом

$$q_n(t) = \int_0^{x_k} B(x, t) \cdot dx. \quad (19)$$

Параметри матеріального потоку складають

$$\begin{cases} q(x, t) = \int_0^{x_k} B(\xi, t - \omega(x)) \cdot d\xi - \\ - \int_0^x B(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi, \\ \rho(x, t) = \frac{q(x, t)}{V_3(x)}. \end{cases} \quad (20)$$

Для практичної реалізації даного способу компенсації повинні бути створені страхові ресурси потужності $N_B^C(x)$, які визначаються величиною стандартного відхилення функції потоку $\sigma_q(x)$ і дорівнюють

$$N_B^C(x) = \chi_q \cdot \sigma_q(x), \quad (21)$$

де χ_q – визначається законом розподілу випадкової функції потоку і необхідною надійністю компенсації.

Кореляційна функція потоку

$$\begin{aligned} K_q(x, \tau) = & \int_0^{x_k} K_B(\xi, \tau) \cdot d\xi + \\ + & \int_0^x [K_B(\xi, \tau) - K_B(\xi, t + \omega(\xi)) - K_B(\xi, \tau - \omega(\xi))] \cdot d\xi. \end{aligned} \quad (22)$$

Дисперсія потоку

$$\begin{aligned} \sigma_q^2(x) = & \int_0^{x_k} \sigma_B^2(\xi) \cdot d\xi - \\ - & 2 \cdot \int_0^x K_B(\xi, \omega(\xi)) \cdot d\xi. \end{aligned} \quad (23)$$

Показник ритмічності з урахуванням (23) складе:

$$\sigma_q^2(x_k) = 2 \cdot \int_0^{x_k} \sigma_q^2(\xi) \cdot d\xi - 2 \cdot \int_0^{x_k} K_B(\xi, \omega(\xi)) \cdot d\xi. \quad (24)$$

Показник надійності виконання плану з урахуванням (22) дорівнює

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta\Pi}^2(T) = & 2 \cdot \int_0^{x_k} [2 \cdot \int_0^T (T - \tau) \cdot K_B(\xi, \tau) \cdot d\tau + \\ + & 2 \cdot \int_0^{\omega(\xi)} (\omega(\xi) - \tau) \cdot K_B(\xi, \tau) \cdot d\tau - \\ - & \int_0^{T+\omega(\xi)} (T + \omega(\xi) - \tau) \cdot d\tau - \\ - & \int_0^{-\omega(\xi)} (T - \omega(\xi) - \tau) \cdot K_B(\xi, \tau)] \cdot d\xi. \end{aligned} \quad (25)$$

Порівняльний аналіз результатів інтегральної і часткової компенсації показав, що у другому випадку ритмічність знижується, але підвищується надійність виконання плану. Якщо в першому випадку зі збільшенням інтервалу управління надійність знижується пропорційно інтервалу управління, то в другому випадку існує значення, що обмежує зверху область можливих значень дисперсії інтегрального випуску.

ВИСНОВКИ

Таким чином, розглядаючи процес виробництва як керований матеріальний просторово розподілений потік предметів праці, запропоновано досліджувати поведінку матеріального виробничого потоку як об'єкта з розподіленими параметрами на основі балансового співвідношення, що характеризує динаміку зміни розподілених запасів при зміні вхідних і вихідних потоків операції ТМ. При відсутності випадкових чинників параметри виробничого процесу відповідають плано-

вим величинам або змінюються згідно з оперативним управлінським рішенням. Виробничий процес, розглянутий як рух предметів праці по ТМ, характеризується швидкістю, якій відповідає графік руху предметів праці, і визначається з врахуванням можливостей зміни інтенсивності потоків з використанням наявних ресурсів.

Розроблено модель матеріального потоку з урахуванням випадкових виробничих втрат, що представляють собою розподілений випадковий процес з кореляційною функцією типу «білого шуму» та функцією, що має сезонні коливання. Проаналізовано можливості компенсації збурень по відношенню до показників ритмічності та надійності з розглядом компенсацій трьох видів: 1) інтегральної компенсації виробничих втрат, тобто компенсації впливу збурення на математичне сподівання вихідного потоку; 2) повної компенсації збурення, при якій вихідний потік і показники якості не залежать від виробничих втрат; 3) часткової компенсації збурення, при якій показники якості задовольняють заданим умовам. ■

ЛІТЕРАТУРА

- 1. Николайчук В. Е.** Теория и практика управления материальными потоками (логистическая концепция) : Монография / В. Е. Николайчук, В. Г. Кузнецов. – Донецк : ДонГУ, «КИТИС», 1999. – 413 с.
- 2. Омельченко В. Я.** Управление материальными потоками в микроэкономике / В. Я. Омельченко, А. П. Омельченко, В. Г. Кузнецов. – Севастополь : Вебер, 2003. – 263 с.
- 3.** Основы теории оптимального управления : Учеб. пособие / В. Ф. Кротов, Б. А. Лагоша, С. М. Лобанов и др. ; Под ред. В. Ф. Кротова. – М. : Высш. шк., 1990. – 430 с.
- 4. Петров А. А.** Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент / А. А. Петров. – М. : Наука, 1996. – 251 с.
- 5. Порохня В. М.** Моделирование багатомірних фінансово-господарських потоків : Монографія / В. М. Порохня, Ю. О. Колісник. – Запоріжжя : ГУ «ЗІДМУ», 2007. – 192 с.
- 6.** Промышленная логистика / Под ред. А. А. Колобова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. – 204 с.
- 7.** Современные технологии управления промышленным предприятием / [Воронкова А. Э., Козаченко А. В., Рамазанов С. К., Хлапенев Л. Е.]. – К. : Лібра, 2007. – 254 с.
- 8. Фридман А. А.** Модели перехода к рыночной экономике и благосостояние потребителей / А. А. Фридман // Экономика и математические методы. – 1994. – № 4. – С. 106 – 111.