

МЕТОДИ ВДОСКОНАЛЕННЯ МОДЕЛІ ОЦІНКИ ВОЛАТИЛЬНОСТІ ФІНАНСОВИХ РИНКІВ

В. К. ГАЛІЦИН

доктор економічних наук

Київ

В. В. КОНОНЕНКО

кандидат технічних наук

О. О. БОНДАРЕНКО

Кривий Ріг

Характерною властивістю фінансових ринків є їх нестационарність. Статистичні параметри цінової динаміки змінюються з часом, що призводить до втрати актуальності встановлених закономірностей та побудованих на їх основі торговельних систем. Найкращим рішенням проблеми нестационарності може бути включення її у ймовірнісну модель функціонування ринку. Однією з важливих характеристик фінансового інструменту є його волатильність, яка, як відомо, також змінюється з часом. Дослідження волатильності активів зробило важливий внесок у розуміння сучасних фінансових ринків [1].

Показник волатильності у широкому сенсі характеризує рівень ризикованості фінансового активу, а це є ви-

значальним чинником під час прийняття фінансових та інвестиційних рішень учасниками ринкових операцій.

У повсякденному житті під волатильністю розуміють певні відхилення від детермінованої складової часового ряду. В економіці пояснити це поняття без застосування формальних позначень дещо складніше. Фактично, це варіабельність невидимої компоненти часового ряду. Стабільність, відповідно, є поняттям, протилежним волатильності [2].

На сьогоднішній день існує велика кількість методів моделювання оцінок волатильності фінансових ринків. Серед них виділяють моделі, що враховують різні прояви нестационарності фінансових часових рядів як по середньому значенню, так і по дисперсії. До їх числа відносяться модель авторегресії та інтегрованого ковзаючого середнього (autoregressive integrated moving average model – ARIMA model) і моделі умовної гетероскедастичності, наприклад, модель авторегресійної умовної гетероскедастичності (autoregressive conditional heteroskedastic model – ARCH model) [3].

Загальноприйнятим підходом до моделювання волатильності є розгляд її як випадкової величини. Нехай випадковий процес $\{y_t\}$, що описує поведінку цін активів на фінансовому ринку, допускає представлення у вигляді:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

де $\{\varepsilon_t\}$ – послідовність некорельованих випадкових величин, або волатильностей.

Вимога некорельованості $\{\varepsilon_t\}$ допускає додатню кореляцію $\{\varepsilon_t^2\}$ або $\{|\varepsilon_t|\}$, що не протирічить гіпотезі ефективності ринку. Корельованість відхилень $\{\varepsilon_t^2\}$ може бути наслідком їх умовної гетероскедастичності (або неоднорідності), тобто змінності умовної дисперсії. Врахування такої кореляції в моделі випадкових величин дозволяє пояснити такі особливості поведінки цін фінансових активів, як кластеризація волатильності, наявність «важких хвостів» у функції розподілу щільності оцінок волатильності, ефект «довгої пам'яті». Ці властивості описуються в рамках моделей ARCH. Існує велика кількість модифікацій ARCH-моделей. Серед них найбільш вагомими вважаються моделі узагальненої авторегресійної умовної гетероскедастичності – GARCH [3].

Ключова відмінність GARCH полягає в різниці між умовною та безумовною варіацією випадкового процесу $\{\varepsilon_t\}$. Термін умовна означає явну залежність від минулої послідовності спостережень. Моделі GARCH характеризують умовний розподіл $\{\varepsilon_t\}$, використовуючи серійну залежність умовної варіації (дисперсії) випадкових величин:

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^P G_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^Q A_j \varepsilon_{t-j}^2, \quad (1)$$

де σ_t^2 – прогноз умовної варіації (дисперсії) для наступного періоду є лінійною адитивною функцією від квадратів минулих дисперсій σ_{t-1}^2 та минулих реалізацій власне випадкової величини (волатильностей) ε_{t-j}^2 .

Набір інструментів GARCH задає наступні обмеження для параметрів моделі умовної дисперсії:

$$\sum_{i=1}^P G_i + \sum_{j=1}^Q A_j < 1 \quad (2)$$

$$k > 0; \quad G_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, P; \quad A_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, Q$$

Перше обмеження – стаціонарність, є необхідним та достатнім для існування скінченної, незалежної від часу дисперсії волатильності $\{\varepsilon_t\}$. Інші обмеження є достатніми, щоб гарантувати, що умовна дисперсія $\{\sigma_t^2\}$ суворо позитивна [4].

Як показали дослідження, моделі ARCH володіють певними недоліками. Головним обмеженням слід вважати нестійкість моделі, яка проявляється при збільшенні кількості параметрів. Також ARCH і GARCH моделі не враховують різкі зміни досліджуваного показника, в той час як сучасним фінансовим ринкам притаманним є «стрибокподібний» характер поведінки [4].

В останні роки в галузі економетричного моделювання волатильності більше розвиваються непараметричні методи, які, як правило, не роблять припущень про функціональну форму залежності та дозволяють отримати гнучкі і в той же час достовірні оцінки волатильності [5].

В попередніх роботах авторів було показано, що сплайн-функції є гнучким апаратом моделювання оцінок волатильності фінансових ринків та можуть компенсувати недоліки, властиві моделям GARCH [6].

В той же час нехтувати AR-складовою в моделі волатильності не можна, оскільки вона краще описує особливості динамічного ряду, пов'язані з різкими стрибками, які сплайни не відображають.

Поєднання різних складових в межах однієї моделі часових рядів дає змогу працювати з моделями невисоких порядків, що суттєво розширює сферу їх практичного застосування.

Якщо відома множина рівнів $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-m}$, що впливають на показник y_t , то існує два протилежних критерії для вибору кінцевої моделі:

1. Якщо ми хочемо зробити модель корисною для прогнозу, маємо включити якомога більше факторів для того, щоб визначення y_t було надійнішим.

2. Оскільки отримання інформації з послідовним контролем при великій кількості рівнів $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-m}$ потребує великих витрат, слід прагнути, щоб модель включала якомога менше рівнів $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-m}$.

Компромісом між цими крайнощами є методи побудови «найкращого» рівняння регресії [7].

В моделі GARCH квадрати минулих дисперсій σ_{t-1}^2 характеризують авторегресійну складову, яка пояснює прояви періодичності та різкі зміни дисперсії в досліджуваному ряді, а квадрати минулих реалізацій випадкової величини ε_{t-j}^2 інтерпретуються як повільно змінний процес або загальна тенденція її зміни, яка описується за допомогою MA-процесу. З іншого боку, MA-процеси є процедурою відновлення середнього значення на заданому інтервалі досліджуваного ряду, тоді як сплайн-функції також апроксимують значення по середньому. Отже, відповідно до аналогії MA-процесу та сплайн-функції, існує можливість повної заміни першої останньою.

Тому в моделі GARCH значення ε_{t-j}^2 , представлені MA-складовою, замінимо сплайн-функцією, зокрема – ермітовим кубічним сплайном. Звідси отримаємо наступну модель, яку умовно назовемо «AR-spline»:

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^P G_i \sigma_{t-i}^2 + S(\varepsilon_t^2), \quad (5)$$

де: $S(\varepsilon_t^2)$ – кубічний ермітів сплайн.

Для розрахунку значення кубічного сплайна в точці t на j -му фрагменті застосовують формули [8]:

$$S(\varepsilon_t^2) = \sum_{j=0}^R \varepsilon_j^2(t) \tilde{X}_j(t) \quad t \in [t_0, t_R]$$

$$\tilde{X}_j(t) = \begin{cases} X_{0,j-1}(t), & x \in [t_{j-1}, t_j), \\ X_{1,j}(t), & x \in [t_j, t_{j+1}), \\ X_{2,j+1}(t), & x \in [t_{j+1}, t_{j+2}), \\ X_{3,j+2}(t), & x \in [t_{j+2}, t_{j+3}), \\ 0, & x \notin [t_{j-1}, t_{j+3}). \end{cases} \quad (6)$$

Кубічні ермітові сплайни є більш простими в застосуванні та володіють кращими апроксимативними властивостями порівняно з іншими видами згладжуючих функцій.

Отже, переваги запропонованої моделі «AR-spline» порівняно з існуючою моделлю GARCH полягають в тому, що в ній застосований сплайн невисокого ступеня, що полегшує процедуру його обчислення, а також умову стаціонарності треба враховувати лише для авторегресійної складової.

В подальшому постає задача практичної реалізації запропонованої моделі, перевірка її адекватності та порівняння з існуючими моделями нестационарної волатильності. ■

ЛІТЕРАТУРА

- 1. Степанов С. С.** Пластичность волатильности. – Research Center of Altus Assets Activities. – Режим доступу: www.Altus.ua, Department of Theoretical Physics, Dnepropetrovsk National University, Ukraine.
- 2. Гриценко А. А., Душкевич Н. В.** Співвідношення стабільності та волатильності у динаміці вартості грошової одиниці. – Вісник НБУ від 19.06.2007.
- 3. Малюгин В. И.** Рынок ценных бумаг: Количественные методы анализа: Учеб. пособие. – М.: Дело, 2003. – 320 с.
- 4. Росси Э.** Эконометрический ликбез: волатильность. Одномерные GARCH-модели: обзор. – Квантиль: № 8, 2010. – с. 1 – 67.
- 5. Белоусов С.** Моделирование волатильности со скачками: применение к российскому и американскому финансовым рынкам. – Квантиль. – 2006. – №1. – С. 101 – 110.
- 6. Шелевицький І. В., Кононенко В. В., Бондаренко О. О.** Порівняльний аналіз застосування сплайнів і GARCH-моделей для дослідження показників волатильності. // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля. – 2011. – № 2 (156) частина 1. – С. 34 – 40.
- 7. Присенко Г. В., Равікович Є. І.** Прогнозування соціально-економічних процесів: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2005. – 378 с.
- 8. Шелевицький І. В., Шутко М. О., Шутко В. М., Колганова О. О.** Сплайни в цифровій обробці даних і сигналів. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008р. – 232с.