

ОЦІНЮВАННЯ ВПЛИВУ ЗМІНИ КОЕФІЦІЄНТІВ УЗАГАЛЬНЕНОЇ МОДЕЛІ ВОЛЬТЕРРА – ЛОТКИ НА ЕВОЛЮЦІЮ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ

ТУКАЛО В. О.

аспірант

КОЛЯДА Ю. В.

кандидат технічних наук

Київ

Серед множини проблем, котрі намагаються вирішувати шляхом створення чи модифікації математичних моделей і проведення відповідних модельних експериментів, проблема знаходження оптимального шляху розвитку суспільства стоїть окремо. Серед багатьох інших чинників це пояснюється ще й делікатним політичним підтекстом, адже математика не фарбується в кольори жодної з партій. Тим не менше, подібні дослідження проводяться, і в літературі [1, 2] відомі приклади подання моделей, на основі яких можливо простежити еволюцію суспільних деформацій залежно від впливу означених у моделях чинників.

Певно, не буде помилкою стверджувати, що модель Вольтерра – Лотки, у деяких джерелах znana як модель «жертва – хижак», є однією з найбільш вживаних серед множини існуючих математичних моделей (ММ) [3 – 6]. Як відомо, всесвіт уніфікований, подібні закони діють і в природі, і в суспільстві, і в економіці. Яскравим прикладом цьому є вищезгадана модель, застосування котрої перше почалося з біології та екології [7].

Як завдання авторами було поставлено провести ряд комп'ютерних експериментів над узагальненою моделлю «жертва – хижак» [2] і виявити, яким чином змінюваність коефіцієнтів може впливати на процеси розвитку подій в часі (інтегральні криві) та як взаємовпливають складові моделі (фазові портрети). Поставлене завдання належить сприймати як один із кроків на шляху до повного і всеохоплюючого експерименту з вищезгаданою моделлю, виявлення «критичних зон» змінних і створення рекомендаційного набору альтернативних сценаріїв можливого розвитку суспільства.

Критичний аналіз праць з даної тематики свідчить про активний розвиток принципово іншого, ніж економічне моделювання, підходу до вивчення економічних систем у динаміці. Дієвість такого підходу неодноразово демонструвалась при розв'язанні природничих і технічних проблем [8].

Мета дослідження полягає у тому, щоб у комп'ютерному моделюванні економічної динаміки з використанням систем рівнянь узагальненої моделі Вольтерра – Лотки дослідити вплив коефіцієнтів моделі.

Як вже зазначалося вище, однією з найбільш поширених базових математичних моделей (ММ) нелінійної динаміки є модель Вольтерра – Лотки. У загальному вигляді вона має такий кшталт [1]:

$$\begin{cases} \dot{X} = \alpha XY - AX; \\ \dot{Y} = \gamma Y - \beta XY, \end{cases} \quad (1)$$

де змінні X і Y відповідають відповідно кількості хижаків і жертв; \dot{X} і \dot{Y} – швидкості їх змінюваності; доданок αXY сприяє появі хижаків, AX – їх смертності; γY – появи жертв при необмежених запасах їжі, βXY – загибелі жертв за участі хижаків.

У роботі [2] модель Вольтерра – Лотки була узагальнена і на її основі записані рівняння системи, котра відображає взаємозв'язки між народом – x , медіа – y , та урядом – z :

$$\begin{cases} \dot{x} = c_1 x + c_2 y - c_3 z - c_4 x y z; \\ \dot{y} = -c_5 y^2 + \max\{x, y, z\}; \\ \dot{z} = -c_6 z + c_7 z x + c_8 z y + c_9 x y + c_{10} x y z. \end{cases} \quad (2)$$

Там же приводилися деякі графічні результати числового моделювання соціодинаміки гіпотетичного суспільства, які, проте, не дають повної картини подій. У даній статті ми спробуємо описати, як поводить себе система при почерговій зміні кожного з коефіцієнтів.

Також варто зазначити, що всі зміни коефіцієнтів

проводилися за єдиного вектора початкових умов $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

що в реальному житті означає рівність можливостей для всіх трьох взаємодіючих сторін. Під час зміни значень одного з коефіцієнтів значення всіх інших лишалися сталими і дорівнювали одиниці.

Приваблюють результати моделювання. Так, коефіцієнт c_1 виявив надзвичайну чутливість. Змінюючись від 0 до 1.13, графіки демонструють суттєву відмінність у поведінці. На рис. 1 наведено інтегральні криві – розвиток подій в часу та фазові портрети – співвідношення складників моделі за значення $c_1 = 0$.

Очевидна зміна характеру кривих відбувається при збільшенні значення c_1 вже до значення 0.7, що ілюструється на рис. 2.

Переходячи до максимального значення 1.13, спостерігаємо зовсім іншу картину (рис. 3).

Порівнюючи зміни, можна помітити коливальний режим інтегральних кривих, що зі зростанням значення коефіцієнта c_1 перетворюється на майже лінійний для кривих x та y і зростаючий для z . Це наводить на думку,

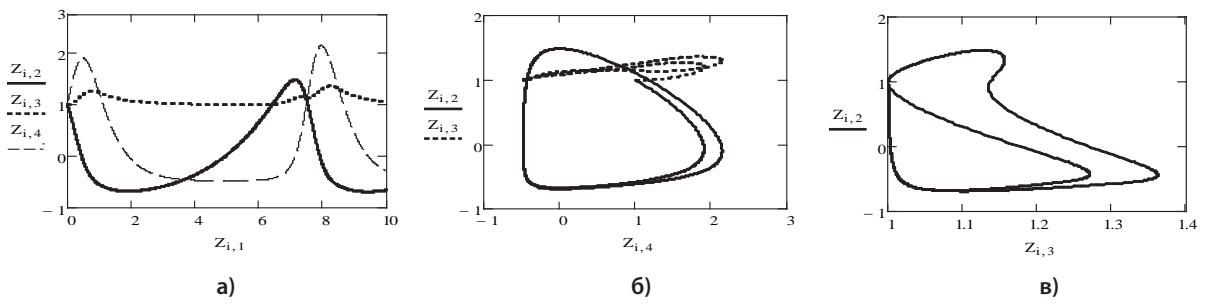


Рис. 1

де $Z_{i,1}$ відповідає часовому компоненту, $Z_{i,2}$ – опису поведінки народу, $Z_{i,3}$ – ЗМІ, а $Z_{i,4}$ – діяльності влади.

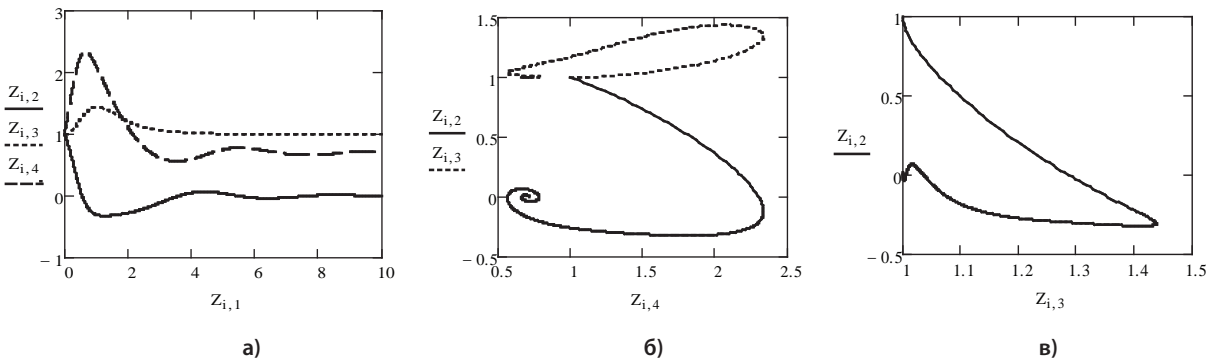


Рис. 2

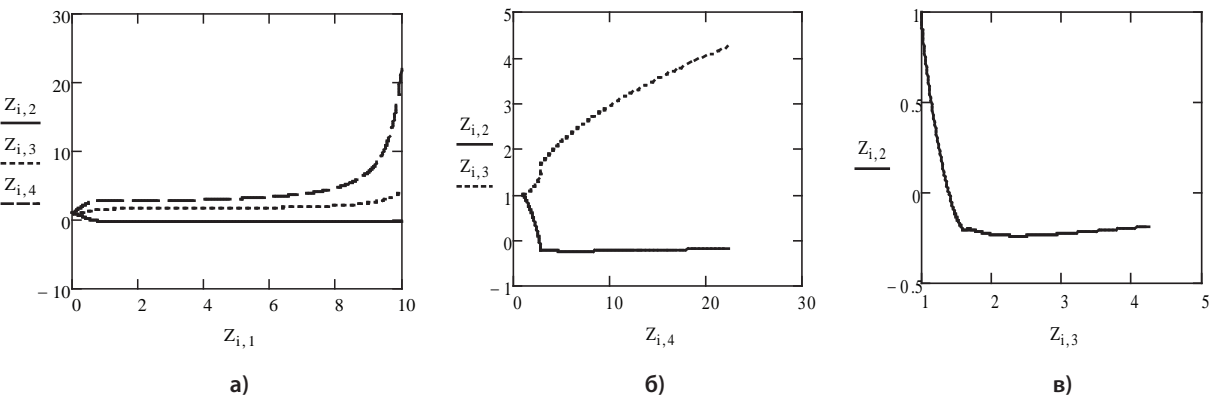


Рис. 3

що, вочевидь, безмежне зростання сили народу не є позитивним фактом, бо врешті-решт призводить до стану авторитаризму.

Значення коефіцієнта c_2 лежать в області від 1 до 11.7. Якщо повернутися до моделі, то бачимо, що коефіцієнт c_2 відповідає числовому значенню ЗМІ. Результати моделювання крайніх значень (1.1 та 11.0 відповідно) наведені на рис. 4 та рис. 5.

Виникнення коливних режимів, спонукане збільшенням числового значення коефіцієнта c_3 , може слугувати ілюстрацією можливостей ЗМІ до розхитування суспільства і маніпуляцій ним.

Видаються також досить цікавими відмінності між крайніми значеннями коефіцієнта c_3 , який є числовим еквівалентом модельованої змінної влади. Так, за малих значень (рис. 6., $c_3 = 0.1$) відбуваються затухаючі коливання інтегральних кривих і виникнення нестійкого фокуса на фазових площинах, у той час як за найбільшого значення $c_3 = 1.47$ графіки майже ідентичні з тими, що наведені на рис. 3.

Певно, що найширше поле для аналізу залишає за собою коефіцієнт c_4 , який змінюється від 0 до 180, причому на всій множині значень як інтегральні криві, так і фазові портрети ведуть себе досить різноманітно. Зупинимося на деяких прикладах (рис. 7 – рис. 9).

Важливий момент коефіцієнтів c_3 і c_4 полягає в тому, що у моделі вони присутні зі знаком мінус, який означає антагоністичний вплив. Тому збільшуючи значення, по суті, збільшується відштовхувачий вплив відповідних чинників.

Зупинимося також коротко на інших цікавих результатах, які були виявлені в процесі моделювання. Збільшення коефіцієнта c_5 приводить до зростання ролі народу в прийнятті рішень. Так, за значення $c_5 = 284$ отримано такі результати, які наводяться на рис. 10.

Коефіцієнт c_7 має найменший проміжок змінюваності – від 0 до 1, що наводить на думку про обмеженість можливостей співробітництва влади і народу. Натомість множина значень коефіцієнта c_8 надзвичайно широка і включає в себе числа від 0 до 14300, серед яких

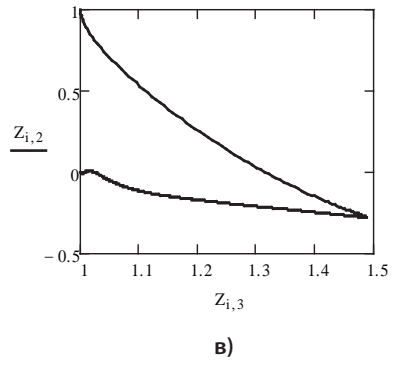
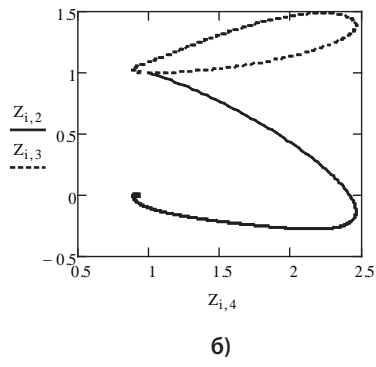
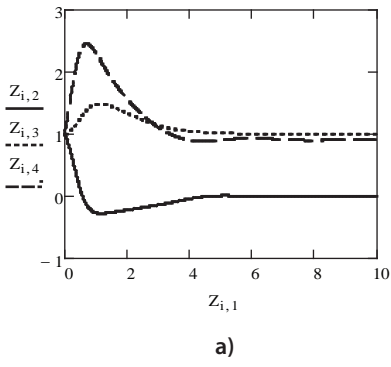


Рис. 4

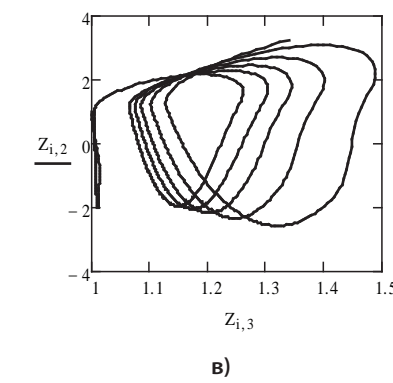
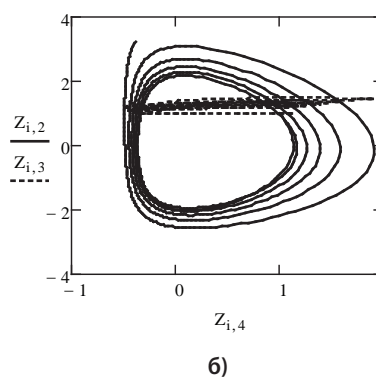
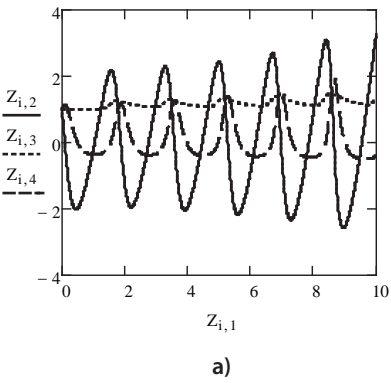


Рис. 5

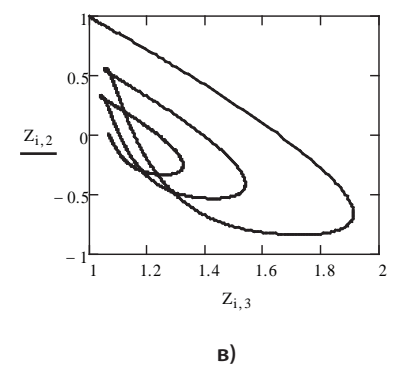
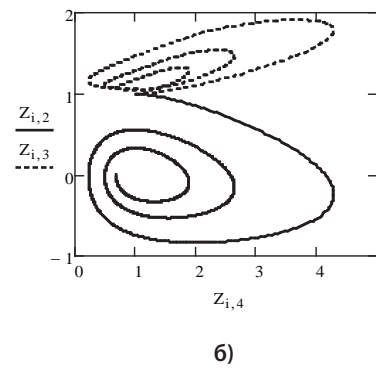
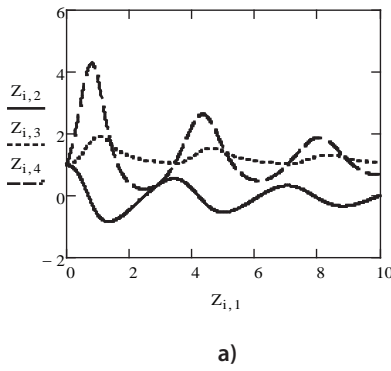


Рис. 6

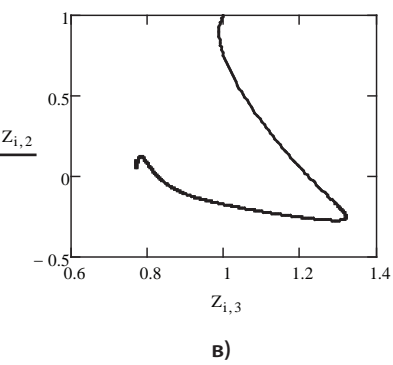
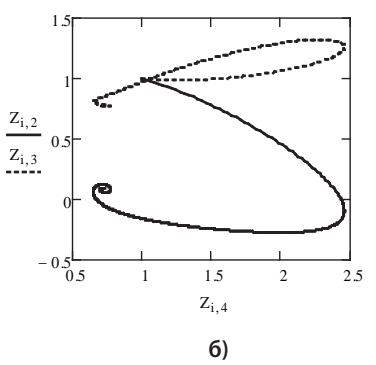
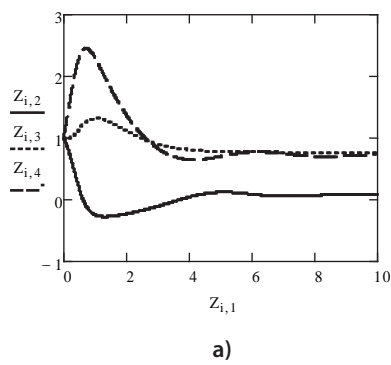
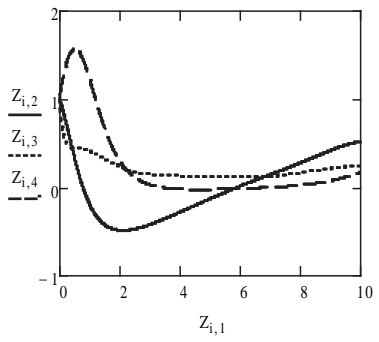
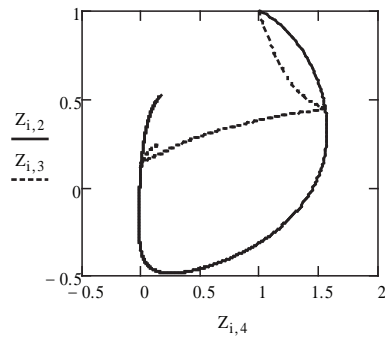


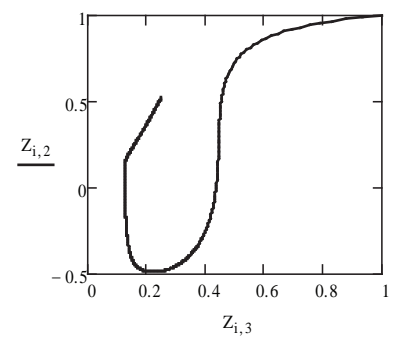
Рис. 7 ($c_4 = 1.3$)



а)

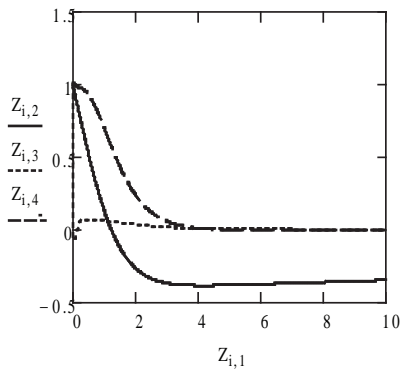


б)

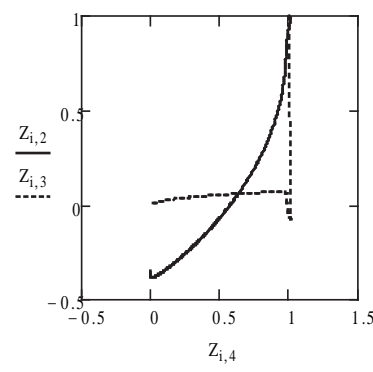


в)

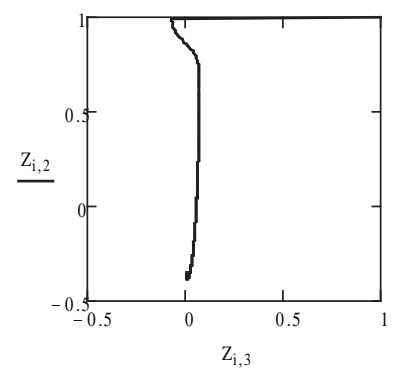
Рис. 8 ($c_4 = 8$)



а)

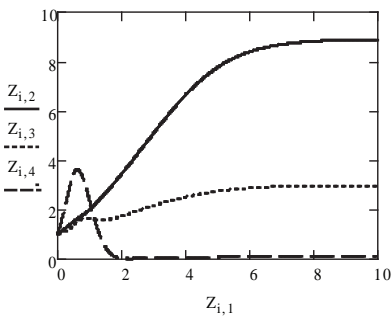


б)

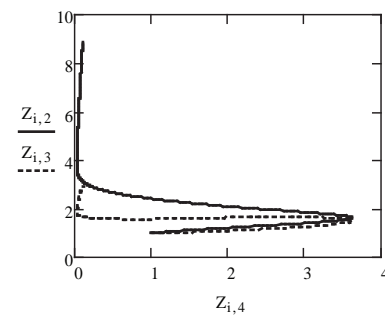


в)

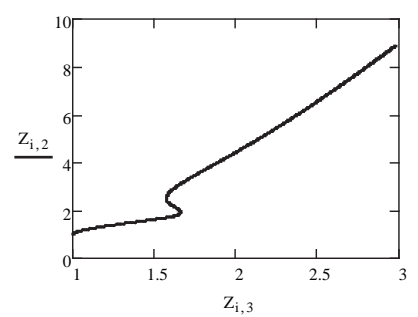
Рис. 9 ($c_4 = 180$)



а)

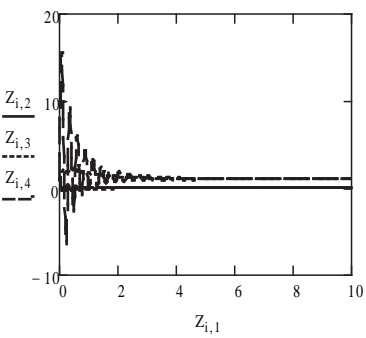


б)

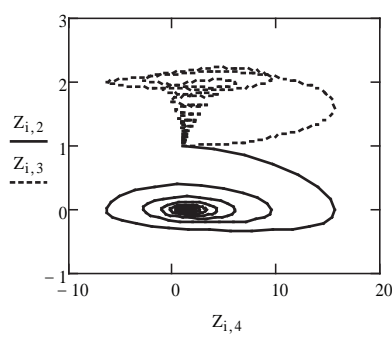


в)

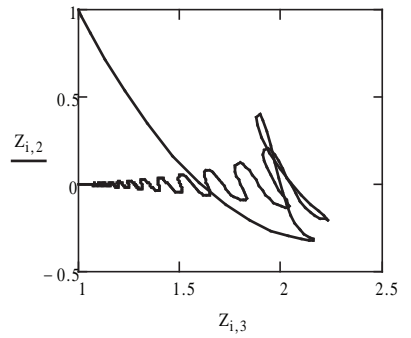
Рис. 10 ($c_5 = 284$)



а)



б)



в)

Рис. 11 ($c_8 = 300$)

присутні також і хаотичні режими, наприклад за значення $c_8 = 300$, які наведено на *рис. 11*.

ВИСНОВКИ

Під час проведення симуляцій з узагальненою моделлю «жертва – хижак» було здійснено більше 400 ітерацій, виявлено крайні значення коефіцієнтів, можливі хаотичні режими та атрактори. З вищевикладеного матеріалу можна робити деякі висновки стосовно функціонування соціально-економічних систем і взаємовпливу їх складових. Звичайно, для повного дослідження не вистачає аналізу когерентного впливу коефіцієнтів, урахування фактора фрактальності, розкриття впливу вектора початкових умов. Після дослідження всіх цих аспектів ми зможемо розраховувати на узагальнення моделі Вольтерра – Лотки [2] як на повноцінний інструмент моделювання та прогнозування стану суспільства за широкого вибору можливих сценаріїв розвитку подій. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Коляда Ю. В. Адаптивна парадигма моделювання економічної динаміки : монографія / Ю. В. Коляда. – К. : КНЕУ, 2011. – 297 с.

2. Моделювання інституціональної складової соціально-економічної системи / В. В. Вітлінський, Ю. В. Коляда, В. О. Тукало // Современные подходы к моделированию сложных социальных систем : монография / под ред. В. С. По-

номаренко, Т. С. Клебановой, Н. А. Кизима ; Харьковский нац. экон. ун-т, НАН Украины, НИЦ промышленных проблем развития. – Х. : ИД «ИНЖЭК», 2011. – С. 8 – 19.

3. Милованов В. П. Синергетика и самоорганизация: Экономика. Биофизика. – М. : Ком Книга, 2005. – 168 с.

4. Аганин Ю. И. Хищник-жертва. Экономические приложения / Ю. И. Аганин // Информационно-математические технологии в экономике, технике и образовании. – Екатеринбург : УГГУ – УПИ, 2008. – Вып. 4. – С. 10 – 17.

5. Ісаєва Т. М. Математичне моделювання економічних систем і синергетичний підхід // Вісник Бердянськ. ун-ту менеджменту і бізнесу: Економіка та управл. національним господарством. – 2009. – № 4(8). – С. 27 – 34.

6. Козик В. В. Застосування моделі Лотки – Вольтерра для опису дуопольно-дуопсонієвої конкуренції // В. В. Козик, Ю. І. Сидоров, І. Б. Скворцов, О. Б. Тарасовська // Актуальні проблеми економіки. – 2010. – № 2(104). – С. 252 – 260.

7. Базыкин А. Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. – М. : Ижевск: Ин-т компьютер. Исслед., 2003. – 368 с.

8. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М. : Физматлит, 2005. – 320 с.

9. Коляда Ю. В. Фазові та параметричні портрети ключових математичних моделей нелінійної економічної динаміки // Моделювання та інформаційні системи в економіці : зб. наук. праць. / Відп. ред. В. К. Галіцин. – 2010. – Вип. 82. – С. 74 – 90.