

## ПРОГНОЗУВАННЯ ІНДИКАТОРІВ ФОНДОВОГО РИНКУ З УРАХУВАННЯМ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЧАСОВОГО РЯДУ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

ДУБНИЦЬКИЙ В. Ю.

кандидат технічних наук

ШКОДІНА І. В.

кандидат економічних наук

Харків

Сучасна фінансово-економічна криза показала, що більшість теорій заснованих на гіпотезі ефективного ринку (*Efficient Market Hypotheses* – ЕМН) не дають можливості осмислити сутність та особливості економічних процесів в умовах постійно зростаючої невизначеності на фінансових ринках. Гіпотеза ефективного ринку сформована на лінійній парадигмі та припускає, що кожна економічна дія викликає пропорційну реакцію й утворює конкретні причинно-наслідкові зв'язки. Отже, дана гіпотеза ґрунтується на класичній концепції рівноваги в економіці та раціональній поведінці споживачів та інвесторів, відповідно до якої, якщо немає зовнішніх впливів, то економіка приходить в рівноважне становище. Екзогенні фактори можуть порушити рівновагу, але внутрішні сили економічної системи знову повертають її в колишній стан [2, 6].

У той же час, як вірно відзначає Е. Петерс [4, 5], спроби контролювати економіку, управляти нею, утримувати її в стані рівноваги, приречені на провал тому, що вона виникає на ринку тоді, коли не вирують пристрасті. Якщо ж їх придушити, то система втратить життєву силу, у тому числі здатність знаходитися в стані, далекому від рівноважного, який необхідний для розвитку. Тривала рівновага системи означає її смерть.

Фондові ринки характеризуються наявністю нелінійності, тобто присутністю експоненційної реакції на певний вплив. В економічній літературі існують дослідження, спрямовані на вивчення цієї експоненційності, що свідчать про те, що здоровий ринок – це ринок волатильний, тобто з постійно змінюваним стандартним відхиленням змін вартості цінного папера, отже фондовий ринок характеризується нелінійною залежністю між вхідним впливом та вихідною реакцією.

На основі нелінійної парадигми з'явилась та розвивається гіпотеза фрактального ринку (*Fractal Market Hypothesis* – ФМН), відповідно до якої визначена дія (чи подія) викликає нелінійну реакцію, тобто виникає експонентна, несподівана, дуже сильна й ніким не очіку-

вана реакція [4]. Фрактальний аналіз використовує для моделювання більш складні математичні моделі, однак їх результати ближче до практичної дійсності. Інформація, що надходить ззовні, не відразу відображається в цінах (як це стверджує гіпотеза ефективного ринку).

Метою дослідження є розгляд гіпотези фрактального ринку та на її основі розроблення методики прогнозування індикаторів фондового ринку з урахуванням фрактальних властивостей часового ряду спостережень.

У західній та вітчизняній літературі темі фрактального аналізу економічних тимчасових рядів присвячена достатня кількість досліджень [2 – 6], однак задача побудови адекватного інструментарію діагностики передкризового та посткризового стану фондового ринку на основі фрактального аналізу характеристик показників ринку вимагає подальшого дослідження. У роботах [4, 5] зазначено, що у тому випадку, коли часові ряди економічних показників мають довгострокову пам'ять, то будь-який засіб оцінки можливості прогнозування їх зміни у часі потребує брати до уваги фрактальні властивості цих рядів.

Проблема аналізу й прогнозування фондових ринків збільшує свою актуальність в посткризовий період, що обумовлено складністю фондового ринку, наявністю нелінійних зв'язків між основними його параметрами. Оскільки нелінійна парадигма, заснована на теорії фракталів, вивчає причини переходу від стійкості та рівноваги, до турбулентності, доводить хаотичність ринку в сенсі визначеному в роботі [5], то ми робимо висновок про можливість прогнозування динаміки ринку лише на короткі відрізки часу й неможливість вдалих довгострокових прогнозів.

Основною характеристикою фрактальних структур є фрактальна розмірність  $D$ , яку ввів Ф. Хаусдорф у 1919 році. Для часових рядів частіше використовують індекс Херста  $H$ , що пов'язаний із фрактальною розмірністю співвідношення  $D = 2 - H$  та є показником персистентності тимчасового ряду. У роботі [3] наведено алгоритм визначення показника Херста. Зв'язок між показником Херста  $H$  та статистичними характеристиками ряду даних визначають у вигляді формули:

$$R / S = (\frac{\pi}{2} N)^H, \quad (1)$$

де  $S$  – середнє квадратичне відхилення ряду спостережень;  $N$  – кількість спостережень. Тоді величину показника Херста визначають за формулою:

$$H = \frac{\lg(R/S)}{\lg(\pi N/2)}. \quad (2)$$

У формулі (2) середнє квадратичне відхилення ряду спостережень розраховують за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}, \quad (3)$$

де  $\bar{X}$  – середнє арифметичне ряду спостережень  $x$  за  $N$  часових періодів.

Розмах накопиченого відхилення  $R$  є найбільш важливим елементом формули розрахунку показника Херста. У загальному вигляді його розраховують таким чином:

$$R = \max_{1 \leq u \leq N} Z_u - \min_{1 \leq u \leq N} Z_u, \quad (4)$$

де  $Z_u$  – накопичене відхилення ряду від середнього  $X_{cp}$ .

$$Z_u = \sum_{i=1}^u (x_i - \bar{X}). \quad (5)$$

У роботі [2] рекомендовано при кількості спостережень  $N < 250$  коригувати ліву частину формули (1) використовуючи вираз:

$$R/S_T = R/S \times 0,998752 + 1,051037. \quad (6)$$

Підставивши умову (6) в (2), отримуємо умову (7).

$$H_t = \left( \frac{\lg(R/S_t)}{\lg(\pi N/2)} \right) \cdot (-0,0011 \cdot \ln(N) + 1,0136). \quad (7)$$

Як показано у роботі [4], у випадку, коли показник Херста ( $H_t$ ) більше, ніж 0,674, тоді ряд, що досліджується, скоріше за все, є персистентним. Персистентність ряду означає, що існуюча тенденція зміни рівнів ряду збережеться на найближчий час. Якщо показник Херста менше ніж 0,326 – ряд, що досліджується, є антиперсистентним, тобто існуюча тенденція може змінитися на протилежну. Якщо показник Херста знаходиться в інтервалі від 0,326 до 0,674, тоді це означає, що моделлю зміни рівнів ряду є броунівський рух навколо середнього значення процесу (вінерівський процес). Таким чином, якщо фрактальна розмірність ряду розташована в діапазоні  $0 < D < 1,376$  то часовий ряд має властивість персистентності, якщо  $1,674 < D < 2$ , то досліджуваний часовий ряд має властивість антиперсистентності. Після визначення показника Херста для певного ряду спостережень методику прогнозування можливих значень ряду обирають залежно від його персистентності.

Авторами запропонована така методика прогнозування основних індикаторів фондового ринку з урахуванням фрактальних властивостей часового ряду спостережень. Методика складається з таких етапів. На *першому етапі* визначають необхідну для подальших розрахунків довжину ряду спостережень (короткострокову пам'ять ряду). Для цього визначають довжину інтервалу кореляції, тобто таку кількість послідовних зсувів спостережень вздовж осі часу, вийшовши за які, коефіцієнт автокореляції стає таким, що незначно відрізняється від нуля у статистичному сенсі. На *другому етапі* визначають показник Херста для даного ряду спостережень. На *третьому етапі* обирають алгоритм прогнозування значень показників, що характеризують

стан фондового ринку, який залежить від значення показника Херста. На *четвертому етапі* виконують прогнозування наступного значення (наступних значень).

Розглянемо запропоновану методику на прикладі прогнозування динаміки українського фондового ринку. Для прогнозування та аналізу динаміки фондового ринку було взято показники ПФТС з 09.01.2009 р. по 14.11.2011 р., які характеризують розвиток ринку в посткризовий період [1]. Графік зміни показників у часі наведено на *рис. 1*, для створення графіку використані абсолютні значення показників. Усього часовий ряд, використаний у роботі, містить 745 спостережень.

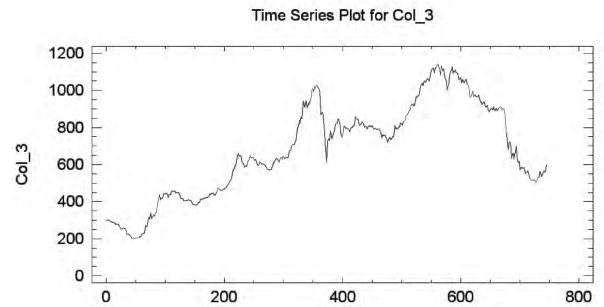


Рис. 1. Зміна у часі показників з 09.01.2009 р. по 14.11.2011 р.

Визначимо показник Херста для даних значень (табл. 1)

Таблиця 1

Показник Херста

Результати визначення показника Херста для абсолютних значень ряду	
Среднеарифметическое $X$	681,1193
Стандартное отклонение $S$	252,6339
Максимум	6605,177
Минимум	-73745,9
Размах $R$	80351,1
Нормированный размах $R/S$	318,0535
$\lg(R/S)$	2,5025
$\lg(N * P/2)$	3,068276
Показатель Херста $H$	0,815605
Расчет $R/Sm$	318,7077
$\lg(R/Sm)$	2,503392
Показатель Херста $Hm$	0,824414

Так, як у нашому ряду спостережень показник Херста  $H$  більше верхнього критичного, то броунівського руху (вінерівського процесу) немає й значення ряду можна прогнозувати як процес, що містить тенденцію. Оскільки моделі фінансових ринків мають погану репутацію прогнозування високовольатильних тимчасових рядів, особливо на короткі періоди, спробуємо використати цю методику для прогнозування фондового ринку з урахуванням фрактальних властивостей короткострокового часового ряду спостережень. Через те що більшість

часових рядів фінансових показників мають таку властивість, як «пам'ять», тобто їх поточні значення залежать від динаміки ряду в минулому, нами для визначення короткотермінової пам'яті ряду була обчислена автокореляційна функція ряду, графік якої наведено на рис. 2.

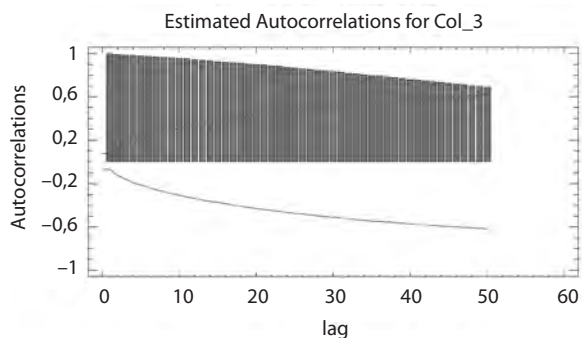


Рис. 2. Графік автокореляційної функції часового ряду спостережень

Наведені на графіку результати розрахунків дають можливість зробити висновок, що інтервал кореляції дорівнює п'ятдесяти зсувам. Тобто для подальшого короткострокового прогнозування достатньо мати п'ятдесят останніх значень часового ряду.

З даних, наведених на рис. 1, видно, що спостереження мають короткочасовий тренд. Враховуючи це, визначимо показник Херста для останніх 50-ти значень часового ряду. Показник Херста в даному випадку дорівнює 0,68. Отже, він характеризує ряд як персистентний та вказує на збереження тенденції протягом найближчого часу

Зменшимо часовий ряд та визначимо показник Херста для останніх 30, 20 і 10 тимчасового ряду ( $X_{30} = 0,6$ ;  $X_{20} = 0,6$ ;  $X_{10} = 0,5$ ). Отримані дані свідчать про те, що зменшення довжини часового ряду зменшує показник Херста, тобто губиться інформація про можливі зміни ряду за рахунок наявності тренда. Цей висновок підтверджується порівнянням обчислених показників Херста з аналогічним показником, визначеним за даними останнього року.

Здійснимо короткостроковий прогноз динаміки фондового ринку за допомогою визначення показника Херста. Згідно з даними, показник Херста  $H = 0,8$ , тобто процес, значення якого ми збираємося прогнозувати, є персистентним. Для прогнозу було використано функцію Automatic model selection із статистичної програмної системи Statgraphics Centurion XV. Для контролю результату прогнозування були порівняні з фактичними значеннями. Результати наведено в табл. 2.

Таким чином, наша помилка прогнозування середнього значення індексу Херста не виходить за 6%, що може вважатися задовільним.

Тепер використаємо запропоновану методику для прогнозування кризових подій 4-5 серпня 2011 р, коли внаслідок зменшення рейтингу США рейтинговим агентством S&P світовий фінансовий ринок 4 серпня пережив найгірший день з жовтня 2008 р.– індекс Dow Jones industrial на 4,31% (до одного з найгірших показників в історії розрахунку індексу), індекс Standard & Poor's 500 знизився на 4,78%, індекс Nasdaq Composite втратив 5,08%. Українські фондові індекси теж наслідували світової тенденції та провалилися до нових мінімумів 2011 р.– за день індекс ПФТС впав на 3,58%. Зростання невизначеності на світових фінансових ринках призвело до падіння фондового ринку й в побільшому - вже 8 серпня індекс ПФТС впав на 6.19% та продовжував падати й надалі [1]. Для перевірки впливу зовнішніх факторів на результат прогнозу був проведений такий чисельний експеримент (табл. 3).

Результати прогнозування свідчать, що, не дивлячись на задовільне співпадіння фактичних і прогнозованих даних стосовно динаміки фондового ринку, прогнозування економічних показників можливо тільки за умови незмінної дії зовнішніх факторів.

## ВИСНОВКИ

У сучасних умовах підвищеної невизначеності розвитку економічних систем неможливо точно прогнозувати динаміку фондового ринку за допомогою будь-

Таблиця 2

Короткостроковий прогноз динаміки індексу фондового ринку за допомогою визначення показника Херста

Період	Прогнозоване значення	Верхнє довірче значення	Нижнє довірче значення	Фактичне значення	Відносна помилка, %
736	560,302	534,725	585,879	535,89	4,555412
737	560,654	524,483	596,826	535,4	4,716847
738	561,007	516,706	605,307	548,7	2,242938
739	561,359	510,205	612,513	552,04	1,688102
740	561,711	504,519	618,903	556,86	0,871135
741	562,063	499,413	624,714	566,82	0,839243
742	562,416	494,745	630,086	556,28	1,103042
743	562,768	490,425	635,111	565,4	0,465511
744	563,12	486,389	639,851	578,33	2,629986
745	563,472	482,59	644,354	598,91	5,917083

Прогноз значень показників фондового ринку за умови відсутності кризи 5 серпня 2011

Період	Прогнозоване значення	Верхнє довірче значення	Нижнє довірче значення	Фактичне значення
870	821,344	796,476	846,212	780,73
871	815,795	775,696	855,893	738,4
872	810,181	758,829	861,534	709,15
873	804,504	743,621	865,388	680,03
874	798,763	729,352	868,173	692,11

яких математичних моделей, оскільки економічна система занадто складна, залежить від багатьох внутрішніх і зовнішніх факторів, що не піддаються прогнозуванню (наприклад, політичні події в арабському світі чи катастрофа в Японії). Таким чином, будь-які прогнози, на основі дослідження окремих, нехай й винятково важливих, параметрів можуть виявитися недостатньо надійними навіть при високій їхній вірогідності.

На основі проведеного дослідження:

- ✦ запропоновано методику прогнозування індикаторів фондового ринку з урахуванням фрактальної особливості часового ряду спостережень;
- ✦ оцінку фрактальності отримано за допомогою показника Херста;
- ✦ запропоновано методику вибору методу прогнозування значень часового ряду з урахуванням його фрактальних властивостей, яка перевірена методом ретроспективного прогнозування;
- ✦ показано, що будь-яке прогнозування економічних показників можливо тільки за умови незмінної дії зовнішніх факторів.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Інформація про динаміку індексу ПФТС [Електронний ресурс].– Режим доступу : [www.pfts.com](http://www.pfts.com).
2. **Мандельброт Б.** Фрактальная геометрия природы.– Москва : Институт компьютерных исследований, 2002.– 656 с.
3. **Найман Э.** Расчёт показателя Херста с целью выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков и макроэкономических индикаторов / Э. Найман // Економіст.– 2009.– № 10.– С. 25 – 29.
4. **Петерс Э.** Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике.– М. : Интернет-Трейдинг, 2004.– 340 с.
5. **Петерс Э.** Хаос и порядок на рынке капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка.– М. : Мир, 2000.– 333 с.
6. **Садовникова Н. А., Шмойлова Р. А.** Анализ временных рядов и прогнозирование : Учебное пособие / Московский государственный университет экономики и информатики.– М., 2001.– 67 с.