УДК 338.3

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ РІВНОВАГИ ВЗАЄМОДІЇ ВИРОБНИКІВ В УМОВАХ ОБМЕЖЕНЬ ЕМІСІЙ ПАРНИКОВИХ ГАЗІВ

ОНИЩЕНКО А. М.
кандидат економічних наук
КИЇВ

I. Вступ. Виникнення та посилення глобальних екологічних проблем і, зокрема, все більша дестабілізація клімату доводять необхідність зміни усталеної економічної парадигми розвитку. Стає все більш очевидним, що традиційна модель економічного зростання, яка ігнорує важливість природних факторів, не здатна запобігти посиленню глобальних екологічних проблем, включаючи подальшу зміну клімату, вона вичерпала себе на даному історичному періоді розвитку цивілізації.

Основою формування нової моделі екологічно збалансованого економічного розвитку поступово стає поняття сталого розвитку. Перехід до сталого розвитку вимагає включення екологічного фактора в систему основних соціально-економічних показників. Цього можна досягнути через розробку та врахування на глобальному та національному рівнях індикаторів сталого розвитку. Вони повинні бути включеними в міжнародних, національних програмах сталого розвитку, плани та програми розвитку економіки. Однією з таких міжнародних угод став Кіотський протокол [1], основною метою якого є стабілізація та скорочення емісій парникових газів, що визнано головною причиною глобальної зміни клімату.

II. Постановка завдання. Розглянемо задачу побудови комплексної моделі, яка б відображала поведінку виробників на всій множині виробничих можливостей. При цьому загальну їх сукупність будемо поділяти на два види економічних агентів: з дефіцитною та профіцитною квотою. Останнє відповідає двом класам моделей еколого-економічного зростання в рамках дії положень Кіотського протоколу за критерієм емісійного ресурсу:

1) в умовах необхідності скорочення викидів вуглецю як за рахунок власних ресурсів, так і за рахунок використання механізмів гнучкості [2];

2) в умовах надлишку встановленої квоти на викиди, за яких виробник має можливість залучити додаткові матеріальні ресурси.

III. Результати дослідження. В умовах дії обмежень Кіотського протоколу будемо вважати, що перша сукупність виробників ставить своєю метою максимізацію інтегрального кінцевого споживання, характеризується множиною виробничих потужностей, встановленою квотою на емісії парникових газів та потребує додаткових екологічних заходів з виконання встановлених обмежень. Припускаємо також, що такий виробник використовує всі наявні засоби: створює екологічне виробництво, яке характеризується відповідною множиною виробничих потужностей та виробничою функцією [3], загальний обсяг інвестицій поділяється на економічні та екологічні, передбачив частину валового випуску на залучення додаткової квоти через співпрацю з контрагентами. Кожен виробник при цьому характеризується матеріальним та екологічним балансами. Поведінку фірми в таких умовах можна описати еколого-економічною моделлю:

$$\int_0^T \frac{C}{R} dt \to \max$$

$$\frac{dM_1}{dt} = I_1 - \mu_1 M_1, \ M_1(0) = M_{10},$$

$$\frac{dM_2}{dt} = I_2 - \mu_2 M_2, \ M_2(0) = M_{20},$$

$$Y = b_1 I_1 + b_2 I_2 + C + U,$$

$$kY - M_2 - nU = Q^s,$$

$$Y = Y_1 + Y_2 = F_1(M_1, R) + F_2(M_2),$$

$$0 \le R \le R^s, \ M_1 \ge 0, \ M_2 \ge 0, \ I_1 \ge 0,$$

$$I_2 \ge 0, \ C \ge 0, \ 0 \le t \le T,$$

$$R^s(t) = R_0 e^{\lambda t}, \ Q^s = const.$$

де Y – обсяг валового випуску продукту; b_1, b_2 – коефіцієнтом прирістної фондоємності основного та допоміжного виробництв; I_1, I_2 – обсяг залучених в основне та допоміжне виробництво інвестицій; C – величина споживчого продукту; M_1, M_2 – сумарна виробнича потужність основного та допоміжного виробництв; μ_1, μ_2 – коефіцієнт амортизації фондів основного та допоміжного виробництв; R – обсяг залучених трудових ресурсів; λ – темп приросту трудових ресурсів; k – коефіцієнт пропорційності; n – коефіцієнт пропорційності, причому для рентабельної економіки повинна виконуватись умова: $n > k$; U – витрати, пов'язані з реалізацією механізмів гнучкості Кіотського протоколу; Q^s – встановлена емісійна квота; $Y_1 = F_1(M_1, R)$ – виробнича функція матеріального виробництва; $Y_2 = F_2(M_2)$ – виробнича функція допоміжного виробництва.

Друга сукупність фірм ставить метою максимізацію сукупного кінцевого споживання, характеризується виробничою функцією на множиною виробничих потужностей, має надлишкову квоту на емісії та бере участь в екологічних проектах з метою залучення додаткових матеріальних ресурсів за передачу вільної частини емісійної квоти. Модель поведінки фірми в описаних умовах можна запропонувати у вигляді:

$$\int_0^T \frac{C}{R} dt \to \max,$$

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M,$$

$$Y + U = bI + C,$$

$$kY + nU = Q^s,$$

$$Y = F(M, R),$$

$$R \le R_0 e^{\lambda t},$$

$$I \ge 0, \ C \ge 0, \ \Omega \ge 0, \ 0 \le t \le T.$$

Виходячи з поставленої задачі описати цілісну економічну систему, в якій діють два основних економічні агенти, запропонуємо об'єднану модель еколого-економічної системи у вигляді:

$$\int_0^T \left(\frac{C^1}{R^1} + \frac{C^2}{R^2} \right) dt \to \max$$

$$\frac{dM_1^1}{dt} = I_1^1 - \mu_1^1 M_1^1, \ M_1^1(0) = M_{10}^1,$$

$$\frac{dM_2^1}{dt} = I_2^1 - \mu_2^1 M_2^1, \ M_2^1(0) = M_{20}^1,$$

$$\frac{dM^2}{dt} = I^2 - \mu^2 M^2, \ M^2(0) = M_0^2$$

$$Y^1 = b_1^1 I_1^1 + b_2^1 I_2^1 + C^1 + U,$$

$$Y^2 + U = b^2 I^2 + C^2,$$

$$k^1 Y^1 - M_2^1 - nU = Q^{1s},$$

$$k^2 Y^2 + nU = Q^{2s},$$

$$Y^1 = Y_1^1 + Y_2^1 = F_1^1(M_1^1, R^1) + F_2^1(M_2^1),$$

$$Y^2 = F^2(M^2, R^2),$$

$$R^1 \le R_0^1 e^{\lambda_1 t}, \ R^2 \le R_0^2 e^{\lambda_2 t}.$$

В зроблених позначеннях верхній індекс позначає номер економічного агента, нижній – економічний (індекс 1) та екологічний (індекс 2) сектори першого економічного агента.

З систем еколого-економічних балансів першого та другого економічних агентів отримуємо відповідні рівняння для обсягів кінцевого споживання:

$$C^1 = \left(1 - u^1 - \frac{k^1}{n}\right) Y^1 + \frac{1}{n} M_2^1 + \frac{1}{n} Q^{s1},$$

$$C^2 = \left(1 - u^2 - \frac{k^2}{n}\right) Y^2 + \frac{1}{n} Q^{s2}.$$

Запропоновану модель приведемо до відповідної моделі у відносних показниках:

$$\int_0^T \left(\begin{array}{l} \left(1 - u^1 - \frac{k^1}{n}\right) f_1^1\left(\frac{\upsilon^1}{\rho_1^1}\right) \rho_1^1 + \\ + \left(1 - u^2 - \frac{k^2}{n}\right) f^2\left(\frac{\upsilon^2}{\rho^2}\right) \rho^2 + \frac{1}{n} \rho_2^1 \end{array} \right) dt + \frac{1}{n} \int_0^T \left(\omega^{1s} + \omega^{2s}\right) dt \to \max \quad (1)$$

$$\frac{d\rho_1^1}{dt} = \frac{u^1 u_1^1}{b_1^1} f_1^1\left(\frac{\upsilon^1}{\rho_1^1}\right) \rho_1^1 - \left(\lambda^1 + \mu_1^1\right) \rho_1^1 \quad (2)$$

$$\frac{d\rho_2^1}{dt} = \frac{u^1 \left(1 - u_1^1\right)}{b_2^1} f_1^1\left(\frac{\upsilon^1}{\rho_1^1}\right) \rho_1^1 - \left(\lambda^1 + \mu_2^1\right) \rho_2^1 \quad (3)$$

$$\frac{d\rho^2}{dt} = \frac{u^2}{b^2} f^2\left(\frac{\upsilon^2}{\rho^2}\right) \rho^2 - \left(\lambda^2 + \mu^2\right) \rho^2 \quad (4)$$

$$\begin{array}{c} 0 \le u^1 \le 1, \ 0 \le u^2 \le 1, \ 0 \le u_1^1 \le 1, \\ 0 \le \upsilon^1 \le 1, \ 0 \le \upsilon^2 \le 1. \end{array} \quad (5)$$

Математично отримана модель (1) – (5) є задачею теорії оптимального керування [4]. Застосуємо до її дослідження принцип максимуму Понтрягіна.

Аналіз отриманої функції Гамільтона

$$H=\left(1-u^1-\frac{k^1}{n}\right)f_1^1\left(\frac{\upsilon^1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1+\left(1-u^2-\frac{k^2}{n}\right)f^2\left(\frac{\upsilon^2}{\rho^2}\right)\rho^2+$$

$$+\frac{1}{n}\rho_2^1+p_1^1\left(\frac{u^1u_1^1}{b_1^1}f_1^1\left(\frac{\upsilon^1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1-\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)\rho_1^1\right)+$$

$$+p_2^1\left(\frac{u^1\left(1-u_1^1\right)}{b_2^1}f_1^1\left(\frac{\upsilon^1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1-\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)\rho_2^1\right)+$$

$$+p^2\left(\frac{u^2}{b^2}f^2\left(\frac{\upsilon^2}{\rho^2}\right)\rho^2-\left(\lambda^2+\mu^2\right)\rho^2\right)$$

або

$$H=\left(1-\frac{k^1}{n}+u^1\left(\left(\frac{p_1^1}{b_1^1}-\frac{p_2^1}{b_2^1}\right)u_1^1+\frac{p_2^1}{b_2^1}-1\right)\right)f_1^1\left(\frac{\upsilon^1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1+$$

$$+\left(\left(\frac{p^2}{b^2}-1\right)u^2+1-\frac{k^2}{n}\right)f^2\left(\frac{\upsilon^2}{\rho^2}\right)\rho^2+\frac{1}{n}\rho_2^1-$$

$$-p_1^1\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)\rho_1^1-p_2^1\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)\rho_2^1-p^2\left(\mu^2+\lambda^2\right)\rho^2$$

дозволяє зробити такі висновки:

1) якщо $\left(\frac{p_1^1}{b_1^1}-\frac{p_2^1}{b_2^1}\right)u_1^1+\frac{p_2^1}{b_2^1}-1>0$, то $u^1=1$, $\upsilon^1=1$; при цьому, якщо $\frac{p_1^1}{b_1^1}-\frac{p_2^1}{b_2^1}>0$, то $u_1^1=1$, в протилежному випадку $u_1^1=0$;

2) якщо $\left(\frac{p^2}{b^2}-1\right)>0$, то $u^2=1$, $\upsilon^2=1$;

3) якщо $\left(\frac{p_1^1}{b_1^1}-\frac{p_2^1}{b_2^1}\right)u_1^1+\frac{p_2^1}{b_2^1}-1\le 0$, то $u^1=0$, $\upsilon^1=1$;

4) якщо $\left(\frac{p^2}{b^2}-1\right)\le 0$, то $u^2=0$, $\upsilon^2=1$.

Динаміка двоїстих змінних визначається системою:

$$\begin{cases}\dfrac{dp_1^1}{dt}=\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)p_1^1-\left(1-u^1-\dfrac{k^1}{n}+p_1^1\dfrac{u^1u_1^1}{b_1^1}+p_2^1\dfrac{u^1\left(1-u_1^1\right)}{b_2^1}\right)\times\\ \qquad\times\left(f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)-\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)f_1^{1'}\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\right),\\ \dfrac{dp_2^1}{dt}=\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)p_2^1+\dfrac{1}{n},\\ \dfrac{dp^2}{dt}=\left(\lambda^2+\mu^2\right)p^2-\left(1-u^2-\dfrac{k^2}{n}+p^2\dfrac{u^2}{b^2}\right)\times\\ \qquad\times\left(f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)-\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)f^{2'}\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)\right).\end{cases}$$

Отримані результати дозволяють побудувати системи фазових та двоїстих змінних.

1. $u^1=1$ при $\left(\frac{p_1^1}{b_1^1}-\frac{p_2^1}{b_2^1}\right)u_1^1+\frac{p_2^1}{b_2^1}-1>0$, $u_1^1=1$ при $\frac{p_1^1}{b_1^1}-\frac{p_2^1}{b_2^1}>0$, $u^2=1$ при $\left(\frac{p^2}{b^2}-1\right)>0$.

$$\begin{cases}\dfrac{d\rho_1^1}{dt}=\dfrac{1}{b_1^1}f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1-\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)\rho_1^1,\\ \dfrac{d\rho_2^1}{dt}=-\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)\rho_2^1,\\ \dfrac{d\rho^2}{dt}=\dfrac{1}{b^2}f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)\rho^2-\left(\lambda^2+\mu^2\right)\rho^2,\\ \dfrac{dp_1^1}{dt}=\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)p_1^1-\left(\dfrac{p_1^1}{b_1^1}-\dfrac{k^1}{n}\right)\left(f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)-\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)f_1^{1'}\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\right),\\ \dfrac{dp_2^1}{dt}=\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)p_2^1+\dfrac{1}{n},\\ \dfrac{dp^2}{dt}=\left(\lambda^2+\mu^2\right)p^2-\left(\dfrac{p^2}{b^2}-\dfrac{k^2}{n}\right)\left(f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)-\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)f^{2'}\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)\right).\end{cases}$$

2. $u^1=1$ при $\frac{p_2^1}{b_2^1}-1>0$, $u_1^1=0$ при $\frac{p_1^1}{b_1^1}-\frac{p_2^1}{b_2^1}<0$, $u^2=1$ при $\left(\frac{p^2}{b^2}-1\right)>0$.

$$\begin{cases}\dfrac{d\rho_1^1}{dt}=-\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)\rho_1^1,\\ \dfrac{d\rho_2^1}{dt}=\dfrac{1}{b_2^1}f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1-\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)\rho_2^1,\\ \dfrac{d\rho^2}{dt}=\dfrac{1}{b^2}f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)\rho^2-\left(\lambda^2+\mu^2\right)\rho^2,\\ \dfrac{dp_1^1}{dt}=\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)p_1^1-\left(\dfrac{p_2^1}{b_2^1}-\dfrac{k^1}{n}\right)\left(f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)-\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)f_1^{1'}\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\right),\\ \dfrac{dp_2^1}{dt}=\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)p_2^1+\dfrac{1}{n},\\ \dfrac{dp^2}{dt}=\left(\lambda^2+\mu^2\right)p^2-\left(\dfrac{p^2}{b^2}-\dfrac{k^2}{n}\right)\left(f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)-\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)f^{2'}\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)\right).\end{cases}$$

3. $u^1=0$ при $\left(\frac{p_1^1}{b_1^1}-\frac{p_2^1}{b_2^1}\right)u_1^1+\frac{p_2^1}{b_2^1}-1\le 0$, $u^2=0$ при $\left(\frac{p^2}{b^2}-1\right)\le 0$.

$$\begin{cases}\dfrac{d\rho_1^1}{dt}=-\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)\rho_1^1,\\ \dfrac{d\rho_2^1}{dt}=-\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)\rho_2^1,\\ \dfrac{d\rho^2}{dt}=-\left(\lambda^2+\mu^2\right)\rho^2,\\ \dfrac{dp_1^1}{dt}=\left(\lambda^1+\mu_1^1\right)p_1^1-\left(1-\dfrac{k^1}{n}\right)\left(f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)-\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)f_1^{1'}\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\right),\\ \dfrac{dp_2^1}{dt}=\left(\lambda^1+\mu_2^1\right)p_2^1+\dfrac{1}{n},\\ \dfrac{dp^2}{dt}=\left(\lambda^2+\mu^2\right)p^2-\left(1-\dfrac{k^2}{n}\right)\left(f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)-\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)f^{2'}\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)\right).\end{cases}$$

На лінії перемикання, яка визначається умовами $\frac{p_1^1}{b_1^1}=\frac{p_2^1}{b_2^1}=1$, $\frac{p^2}{b^2}=1$:

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho_1^1}{dt} = \dfrac{\hat{u}^1\hat{u}_1^1}{b_1^1} f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1 - \left(\lambda^1 + \mu_1^1\right)\rho_1^1, \\ \dfrac{d\rho_2^1}{dt} = \dfrac{\hat{u}^1\left(1-\hat{u}_1^1\right)}{b_2^1} f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1 - \left(\lambda^1 + \mu_2^1\right)\rho_2^1, \\ \dfrac{d\rho^2}{dt} = \dfrac{\hat{u}^2}{b^2} f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)\rho^2 - \left(\lambda^2 + \mu^2\right)\rho^2, \\ \dfrac{dp_1^1}{dt} = \left(\lambda^1 + \mu_1^1\right)p_1^1 - \\ -\left(1-\hat{u}^1 - \dfrac{k^1}{n} + p_1^1\dfrac{\hat{u}^1\hat{u}_1^1}{b_1^1} + p_2^1\dfrac{\hat{u}^1\left(1-\hat{u}_1^1\right)}{b_2^1}\right)\left(f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right) - \left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)f_1^{1\prime}\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\right) \\ \dfrac{dp_2^1}{dt} = \left(\lambda^1 + \mu_2^1\right)p_2^1 + \dfrac{1}{n}, \\ \dfrac{dp^2}{dt} = \left(\lambda^2 + \mu^2\right)p^2 - \left(1-\hat{u}^2 - \dfrac{k^2}{n} + p^2\dfrac{\hat{u}^2}{b^2}\right)\left(f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right) - \left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)f^{2\prime}\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)\right). \end{cases}$$

Стаціонарні траєкторії визначаються системою:

$$\begin{cases} \dfrac{\hat{u}^1\hat{u}_1^1}{b_1^1} f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right) = \left(\lambda^1 + \mu_1^1\right), & (6) \\ \dfrac{\hat{u}^1\left(1-\hat{u}_1^1\right)}{b_2^1} f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)\rho_1^1 = \left(\lambda^1 + \mu_2^1\right)\rho_2^1, & (7) \\ \dfrac{\hat{u}^2}{b^2} f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right) = \left(\lambda^2 + \mu^2\right), & (8) \\ f_1^1\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right) - \left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right)f_1^{1\prime}\left(\dfrac{1}{\rho_1^1}\right) = \dfrac{\left(\lambda^1 + \mu_1^1\right)b_1^1}{1-\dfrac{k^1}{n}}, & (9) \\ \dfrac{1}{n} = \left(\lambda^1 + \mu_2^1\right)p_2^1, & (10) \\ f^2\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right) - \left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)f^{2\prime}\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right) = \dfrac{\left(\lambda^2 + \mu^2\right)b^2}{1-\dfrac{k^2}{n}}. & (11) \end{cases}$$

Після розгляду попарно рівнянь (6) та (9), (7) та (10), (8) та (11), з'являється можливість визначити оптимальне керування u^1, u_1^1, u^2 та стаціонарне значення ρ^1, ρ_1^1, ρ^2, а за відомим керуванням та фазовими змінними – максимум інтегрального кінцевого споживання та обсяги валових випусків досліджуваних об'єктів.

Висновки. Таким чином, в статті розглянуто поведінку множини виробників за умов дії положень Кіотського протоколу з дефіцитною та надлишковою квотою. Особливістю встановлених ним умов є надлишок емісійної квоти, що дозволяє залучити додатковий економічний ресурс. Дослідження даної задачі на рівні економіко-математичного моделювання дозволило побудувати відповідну еколого-економічну модель максимізації середньодушового споживання за необхідності виконання економічного та екологічного балансів. Зважаючи на динамічний вид отриманої моделі, встановлено існування оптимальних — магістральних траєкторій обсягів валового випуску продукції. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Киотский протокол к Конвенции об изменении климата / Секретариат Конвенции об изменении климата. – Бонн, 2000. – 33 с.

2. Грабб М. и др. Стратегический анализ Киото-Марракешской системы / пер. с англ. – WWF, RIIA, Imperial College London, World Council of Churches. – 2003. – 12 с.

3. Багриновский К. А., Клейнер Г. Б. Производственные функции: теория, методы, применение // Экономика и математические методы. – 1988. – 24. – Вып. 6. – С. 1144-1146. – Рец. на кн.: Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 239 с.

4. Основы теории оптимального управления: Учеб. пособие для экон. вузов / В. Ф. Кротов, Б. А. Лагоша, С. М. Лобанов, Н. И. Данилина, С. И. Сергеев; Под общ. ред. В. Ф. Кротова. – М.: Высш. шк., 1990. – 430 с.